Grandeurs et mesures

Cycle 4 — Fiche n°230

GRAN0230

Les 5 exercices ci-dessous balaient les grandeurs et mesures au cycle 4 : calculer un périmètre, une aire, traiter une figure composée, calculer le volume d'un solide usuel, et convertir des unités d'aire et de volume. Chaque figure est dessinée ; les réponses sont attendues avec leur unité.

Exercice 1 — Périmètres

Calculer le périmètre de chacune des deux figures. **Préciser l'unité** de chaque résultat.

Figure 1 — un rectangle

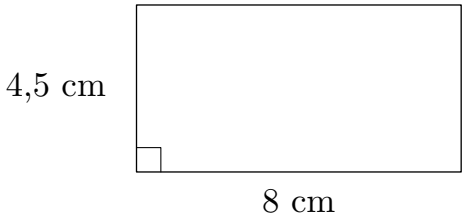
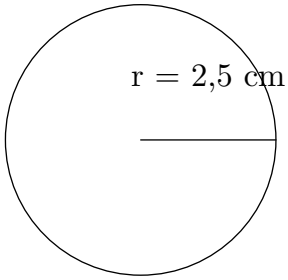


Figure 2 — un cercle



1. Calculer le **périmètre du rectangle**, en cm.
2. Calculer le **périmètre du cercle**, en cm : donner la valeur exacte (en fonction de π) puis la valeur arrondie au dixième.

Exercice 2 — Aires

Calculer l'aire de chacune des deux figures, **en cm^2**.

Figure 1 — un rectangle

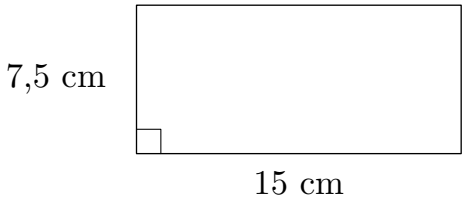
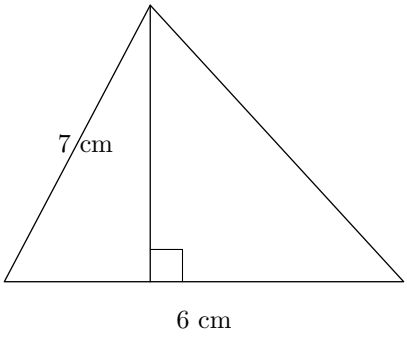


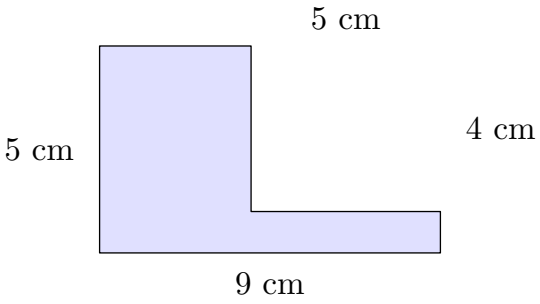
Figure 2 — un triangle



1. Calculer l'aire du rectangle, en cm^2.
2. Calculer l'aire d'un triangle, en cm^2.

Exercice 3 — Figure composée

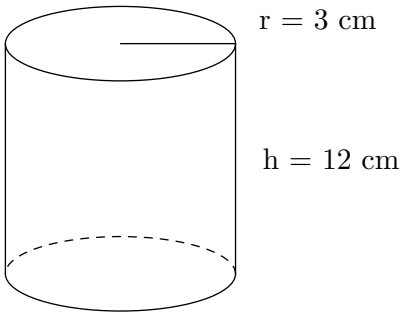
La figure coloriée ci-dessous est obtenue en **retirant un petit rectangle** au coin supérieur droit d'un grand rectangle.



1. Calculer l'**aire** de la figure coloriée, en cm^2.
2. Calculer son **périmètre**, en cm.
3. L'aire de la figure est-elle égale à celle du grand rectangle ? Et son périmètre ? Justifier.

Exercice 4 — Volume

Le solide ci-dessous est **un cylindre de révolution**.



1. Calculer son **volume**, en cm^3. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
2. Convertir ce volume en **litres** ($1\ L = 1\ 000\ cm^3$).
3. Si l'on **double la hauteur**, par combien le volume est-il multiplié ? Justifier sans tout recalculer.

Exercice 5 — Conversions et problème

A. Compléter les conversions suivantes.

Grandeur	Valeur	à convertir en	Résultat
Aire	3 m^2	cm^2	...
Aire	300 dm^2	m^2	...
Volume	3 dm^3	cm^3	...
Volume	3 000 000 mm^3	cm^3	...

B. Résoudre le problème suivant.

Un bassin a la forme d'un pavé droit de **10 m** de long, **3 m** de large et **1,2 m** de profondeur.

1. Calculer son **volume**, en m^3.
2. Convertir ce volume en **litres** (1 m^3 = 1 000 L).
3. Un tuyau débite **500 L par minute**. Combien de temps faut-il pour le remplir ? (réponse en heures et minutes)

Correction

Exercice 1 — Correction

Périmètre d'un rectangle : P = 2 × (Longueur + largeur). **Périmètre d'un cercle** (ou circonférence) : P = 2 × π × r, où r est le rayon — soit aussi P = π × d avec d le diamètre.

1. Rectangle :

$P = 2 \times (8 + 4{,}5) = 2 \times 12{,}5 = 25$

Le périmètre du rectangle est de 25 cm.

2. Cercle :

$P = 2 \times \pi \times 2{,}5 = 5\pi$

$P \approx 5 \times 3{,}14 \approx 15{,}7$

Le périmètre du cercle vaut exactement 5π cm, soit environ 15,7 cm.

Attention : un périmètre est une **longueur**, il s'exprime en cm, m, km — jamais en cm^2. Et on ne confond pas le **rayon** avec le **diamètre** : le diamètre vaut deux fois le rayon.

Exercice 2 — Correction

Aire d'un rectangle : A = Longueur × largeur. **Aire d'un triangle** : A = base × hauteur ÷ 2. La hauteur est le segment **perpendiculaire** à la base — pas un côté.

1. Rectangle :

$A = 15 \times 7{,}5 = 112{,}5$

L'aire du rectangle est de 112,5 cm^2.

2. Un triangle — on applique $A = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$:

$A = \dfrac{6 \times 7}{2} = \dfrac{42}{2} = 21$

L'aire d'un triangle est de 21 cm^2.

Ne pas confondre aire et périmètre. Le périmètre est une longueur (cm), l'aire une surface (cm^2). Deux figures peuvent avoir le même périmètre et des aires différentes.

Exercice 3 — Correction

Méthode. Pour une figure composée, on la **décompose** en figures usuelles : ici, un grand rectangle **moins** un petit. On additionne ou on soustrait les aires.

1. Aire du grand rectangle, puis du morceau retiré :

Grand rectangle : $9 \times 5 = 45$ cm^2

Rectangle retiré : $5 \times 4 = 20$ cm^2

Aire coloriée : $45 - 20 = 25$

L'aire de la figure coloriée est de 25 cm^2.

2. Périmètre : on parcourt le contour. Les deux segments de la découpe « remplacent » exactement les portions retirées :

$P = 9 + 1 + 5 + 4 + 4 + 5 = 28$

Le périmètre de la figure coloriée est de 28 cm.

3.

L'aire a diminué (25 cm^2 au lieu de 45 cm^2), mais le périmètre est le même que celui du grand rectangle (28 cm).

C'est le point intéressant de l'exercice : en découpant un coin, on retire de la surface sans changer le tour. Les deux côtés du coin enlevé sont remplacés par deux segments de mêmes longueurs, décalés. Aire et périmètre sont bien deux grandeurs **indépendantes**.

Exercice 4 — Correction

Volume d'un cylindre de révolution : $V = \pi \times r^2 \times h$. Des longueurs en cm donnent un volume en cm^3.

1.

$V = \pi \times 3^2 \times 12 = 108\pi \approx 339{,}3$

Le volume vaut exactement 108π cm^3, soit environ 339,3 cm^3.

2. On divise par 1 000 :

$339{,}3 \div 1\,000 \approx 0{,}339$

Cela représente environ 0,339 L.

3.

Le volume est multiplié par 2.

La hauteur intervient **une seule fois** dans la formule, et de façon multiplicative : la doubler double le volume. En revanche, doubler le **rayon** d'un cylindre multiplierait le volume par **4**, puisque le rayon y est élevé au carré.

Exercice 5 — Correction

Unités d'aire : on passe d'une unité à la suivante en multipliant ou divisant par **100** (et non par 10) : 1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2. **Unités de volume :** le facteur est **1 000** : 1 dm^3 = 1 000 cm^3, et 1 dm^3 = 1 L.

A. Conversions :

Grandeur	Valeur	à convertir en	Résultat
Aire	3 m^2	cm^2	30 000 cm^2
Aire	300 dm^2	m^2	3 m^2
Volume	3 dm^3	cm^3	3000 cm^3
Volume	3 000 000 mm^3	cm^3	3000 cm^3

Erreur classique : appliquer le facteur 10 des longueurs aux aires et aux volumes. Un carré de 1 m de côté mesure 100 cm de côté, donc son aire vaut $100 \times 100 =$ **10 000** cm^2, pas 100 cm^2.

B. Problème :

1.

$V = 10 \times 3 \times 1{,}2 = 36$

Le volume du bassin est de 36 m^3.

2.

$36 \times 1\,000 = 36\,000$

Cela représente 36 000 L.

3.

$$\frac{36\,000}{500} = 72 \text{ min}$$

Il faut environ 72 minutes, soit à peu près 1 h 12 min.