

Les 5 exercices ci-dessous balaient la proportionnalité au cycle 4 : reconnaître une situation de proportionnalité, calculer une quatrième proportionnelle, appliquer et retrouver un pourcentage, traiter une augmentation ou une diminution avec le coefficient multiplicateur, et utiliser une grandeur composée (vitesse, débit, consommation, échelle). C'est le thème le plus représenté au DNB.

Exercice 1 — Reconnaître la proportionnalité

Pour chacun des deux tableaux ci-dessous, dire s'il s'agit d'un tableau de proportionnalité. **Justifier**. Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

Tableau A

Masse de pommes (en kg)	4	5	8	13
Prix (en €)	18	22,5	36	58,5

Tableau B

Masse de pommes (en kg)	4	6	7	10
Prix (en €)	3	7	5,25	7,5

Exercice 2 — Quatrième proportionnelle

Dans un magasin, **10 cartouches d'encre** coûtent **15,50 €**. Le prix est proportionnel à la quantité achetée.

1. Calculer le prix d'une seule cartouche d'encre, en €.
2. Calculer le prix de **32 cartouches d'encre**, en €.
3. Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Nombre de cartouches d'encre	10	1	32	100
Prix (en €)	15,50	...	...	...

Exercice 3 — Pourcentages

Chaque question est indépendante. Détailler les calculs.

1. Dans une commune de **140 habitants**, **5 %** sont moins de 20 ans. Combien cela représente-t-il d'habitants ?
2. Dans une commune de **800 habitants**, **96** sont moins de 20 ans. Quel **pourcentage** des habitants cela représente-t-il (réponse en %) ?
3. Dans une commune, les **24** moins de 20 ans représentent **12 %** de l'effectif total. Quel est cet **effectif total**, en nombre d'habitants ?

Exercice 4 — Augmentation et diminution en pourcentage

Chaque question est indépendante. On attend le **coefficient multiplicateur** dans les justifications.

1. Le prix d'un smartphone est de **60 €**. Il augmente de **8 %**. Calculer le **nouveau prix**, en €.
2. Le prix d'un aspirateur est de **200 €**. Il baisse de **10 %** pendant les soldes. Calculer le **prix soldé**, en €.
3. Le prix d'un manteau passe de **60 €** à **48 €**. Calculer le **taux d'évolution**, en %, et préciser s'il s'agit d'une hausse ou d'une baisse.



Proportionnalité

Cycle 4 — Fiche n°375



Exercice 5 — Échelle d'une carte

Une carte est à l'échelle **1 / 200 000**.

1. Deux villages sont distants de **9 cm** sur la carte. Calculer la **distance réelle** entre ces villages, en km.
2. Deux autres lieux sont réellement distants de **4,5 km**. Quelle distance, en cm, les sépare sur la carte ?
3. L'échelle est-elle un coefficient de proportionnalité ? Justifier.

Correction

Exercice 1 — Correction

Un tableau est un **tableau de proportionnalité** lorsque l'on passe de la première ligne à la seconde en multipliant **toujours par le même nombre**. Ce nombre est le **coefficient de proportionnalité** : on le retrouve en divisant chaque valeur de la seconde ligne par la valeur correspondante de la première.

Tableau A — on calcule chaque quotient :

- $\frac{18}{4} = 4,5$
- $\frac{22,5}{5} = 4,5$
- $\frac{36}{8} = 4,5$
- $\frac{58,5}{13} = 4,5$

Tous les quotients sont égaux à 4,5.

Le tableau A est un tableau de proportionnalité, de coefficient 4,5.

Tableau B — on calcule de même :

- $\frac{3}{4} = 0,75$
- $\frac{7}{6} \approx 1,167$
- $\frac{5,25}{7} = 0,75$
- $\frac{7,5}{10} = 0,75$

Les quotients ne sont pas tous égaux : la première colonne donne 0,75, alors que la colonne « 6 » donne 1,167.

Le tableau B n'est pas un tableau de proportionnalité.

Astuce : il suffit de **deux** quotients différents pour conclure que le tableau n'est pas proportionnel. En revanche, pour affirmer qu'il l'est, il faut vérifier **toutes** les colonnes.

Exercice 2 — Correction

Méthode 1 — le passage par l'unité. On calcule d'abord la valeur pour 1, puis on multiplie par la quantité voulue. C'est la méthode la plus sûre.

1. Prix d'une seule cartouche d'encre :

$$\frac{15,50}{10} = 1,55$$

Une cartouche d'encre coûte 1,55 €.

2. Prix de 32 cartouches d'encre : on multiplie le prix unitaire par 32.

$$1,55 \times 32 = 49,60$$

32 cartouches d'encre coûtent 49,60 €.

Méthode 2 — le produit en croix. Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux : le prix cherché vaut $\frac{15,50 \times 32}{10} = 49,60$, ce qui donne bien le même résultat.

3. Tableau complété :

Nombre de cartouches d'encre	10	1	32	100
Prix (en €)	15,50	1,55	49,60	155,00



Le **coefficient de proportionnalité** de ce tableau est 1,55 : c'est le prix d'une cartouche d'encre, en €.

Exercice 3 — Correction

Prendre t % d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{t}{100}$. Un pourcentage est une **fraction de dénominateur 100** : c'est une situation de proportionnalité.

1. On cherche 5 % de 140 :

$$140 \times \frac{5}{100} = \frac{140 \times 5}{100} = 7$$

Il y a 7 moins de 20 ans.

Calculer le pourcentage que représente une part : on divise la part par le total, puis on multiplie par 100.

2. La part est 96 sur 800 :

$$\frac{96}{800} \times 100 = 0,12 \times 100 = 12$$

Cela représente 12 % des habitants.

Retrouver le total connaissant la part et le taux : on divise la part par le taux, puis on multiplie par 100 (on « remonte » le pourcentage).

3. 24 représentent 12 % du total :

$$\frac{24 \times 100}{12} = 200$$

L'effectif total est de 200 habitants.

Vérification (à faire systématiquement) : 12 % de 200, c'est $200 \times 0,12 = 24$. C'est bien la part de départ.

Exercice 4 — Correction

Coefficient multiplicateur. Augmenter de t %, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Diminuer de t %, c'est multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Une seule multiplication remplace le calcul de la part puis l'addition : c'est plus rapide et moins risqué.

1. Augmentation de 8 % : le coefficient multiplicateur est

$$1 + \frac{8}{100} = 1 + 0,08 = 1,08$$

$$60 \times 1,08 = 64,80$$

Le nouveau prix d'un smartphone est de 64,80 €.

2. Diminution de 10 % : le coefficient multiplicateur est

$$1 - \frac{10}{100} = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$200 \times 0,9 = 180,00$$

Le prix soldé d'un aspirateur est de 180 €.

Piège classique : une baisse de 10 % ne se « rattrape » pas par une hausse de 10 %. Reprendre 180 et l'augmenter de 10 % donne 198, et non 200.

3. On calcule d'abord le coefficient multiplicateur, en divisant le prix d'arrivée par le prix de départ :

$$\frac{48,00}{60} = 0,8$$

On compare ce coefficient à 1 :

$$0,8 - 1 = -0,2, \text{ soit } -20 \%$$



Proportionnalité

Cycle 4 — Fiche n°375



PROP0375

Le taux d'évolution est de 20 %, il s'agit d'une baisse.

À retenir : un coefficient **supérieur à 1** signale une hausse, un coefficient **inférieur à 1** une baisse. Le taux d'évolution s'obtient toujours en retranchant 1 au coefficient, puis en convertissant en pourcentage.

Exercice 5 — Correction

Une **échelle 1 / 200 000** signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm dans la réalité. Distance sur la carte et distance réelle sont **proportionnelles**.

1. On multiplie la distance sur la carte par 200 000 :

$$9 \times 200\,000 = 1\,800\,000 \text{ cm}$$

On convertit en km (1 km = 100 000 cm) :

$$\frac{1\,800\,000}{100\,000} = 18$$

La distance réelle est de 18 km.

2. 4,5 km = 450 000 cm. On divise par 200 000 :

$$\frac{450\,000}{200\,000} = 2,25$$

Sur la carte, ces deux lieux sont distants de 2,25 cm.

3.

Oui : pour passer de la carte à la réalité, on multiplie toujours par le même nombre, 200 000. C'est le coefficient de proportionnalité.

Erreur fréquente : oublier la conversion. L'échelle relie des **cm à des cm**. Il faut convertir en km seulement à la fin (1 km = 100 000 cm).