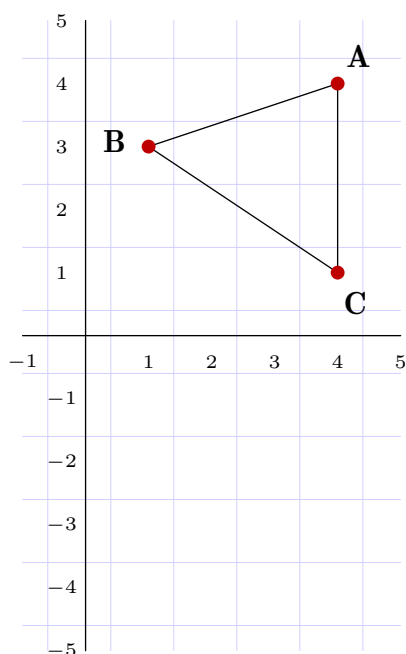




Les 5 exercices ci-dessous balaient les transformations du cycle 4 : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation d'un quart de tour et homothétie. Tout se passe dans un repère : chaque transformation se lit aussi comme une opération sur les coordonnées, et se vérifie donc au chiffre près.

Exercice 1 — Symétrie axiale

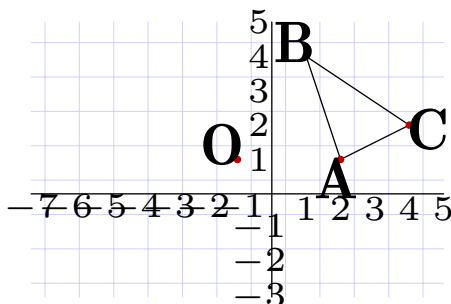
Dans le repère ci-dessous, le triangle ABC a pour sommets $A(4; 4)$, $B(1; 3)$, $C(4; 1)$.



1. Construire le triangle $A'B'C'$, symétrique de ABC par rapport à l'axe des abscisses.
2. Donner les **coordonnées** de A' , B' et C' .
3. Que peut-on dire des **longueurs** AB et $A'B'$? Justifier.

Exercice 2 — Symétrie centrale

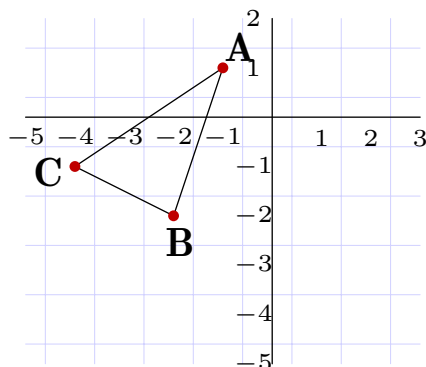
Le triangle ABC a pour sommets $A(2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 2)$.



1. Construire le symétrique $A'B'C'$ de ABC par rapport à le point $O(-1; 1)$.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Une symétrie centrale est aussi une **rotation**. Laquelle? Justifier.

Exercice 3 — Translation

Le triangle ABC a pour sommets $A(-1; 1)$, $B(-2; -2)$, $C(-4; -1)$.

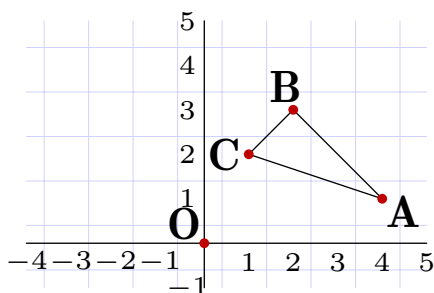


On applique la translation qui déplace tout point de **3 carreaux vers la droite** et **2 carreaux vers le bas**.

1. Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par cette translation.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Que peut-on dire des droites (AB) et $(A'B')$? Justifier.

Exercice 4 — Rotation d'un quart de tour

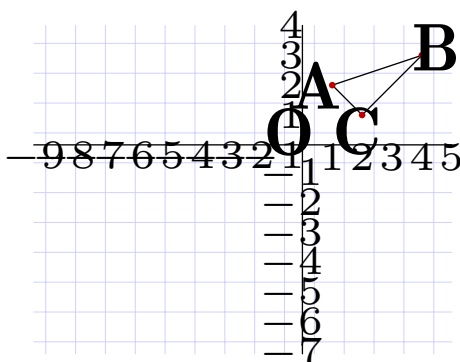
Le triangle ABC a pour sommets $A(4; 1)$, $B(2; 3)$, $C(1; 2)$.



1. Construire l'image $A'B'C'$ de ABC par la **rotation de centre O et d'angle 90°** , dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre**.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Quelle serait l'image de A par la **même rotation appliquée quatre fois** ? Justifier sans calcul.

Exercice 5 — Homothétie

Le triangle ABC a pour sommets $A(1; 2)$, $B(4; 3)$, $C(2; 1)$.





Transformations

Cycle 4 — Fiche n°21



TRAN0021

-
1. Construire l'image $A'B'C'$ de ABC par l'**homothétie de centre O et de rapport -2** .
 2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
 3. L'aire du triangle ABC vaut **2 carreaux**. En déduire l'aire de $A'B'C'$, en carreaux, **sans la recalculer**.

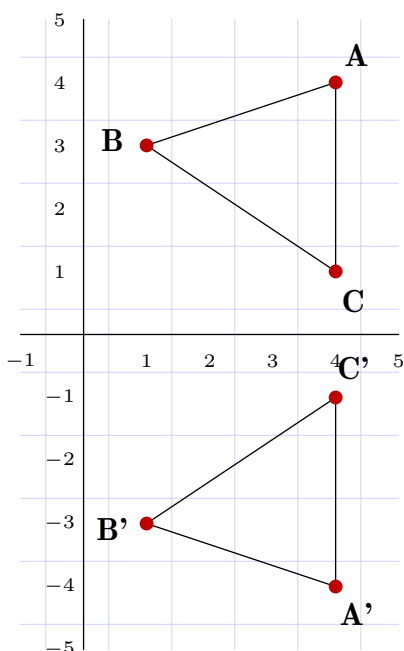
Correction

Exercice 1 — Correction

Par symétrie d'axe **l'axe des abscisses**, un point de coordonnées $(x; y)$ a pour image $(x; -y)$: l'abscisse ne change pas, l'ordonnée change de signe.

1. et 2. On applique la règle à chaque sommet :

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(4; 4)	A'	(4; -4)
B	(1; 3)	B'	(1; -3)
C	(4; 1)	C'	(4; -1)



Le triangle ABC et son symétrique $A'B'C'$.

Les images sont $A'(4; -4)$, $B'(1; -3)$, $C'(4; -1)$.

3.

$AB = A'B'$.

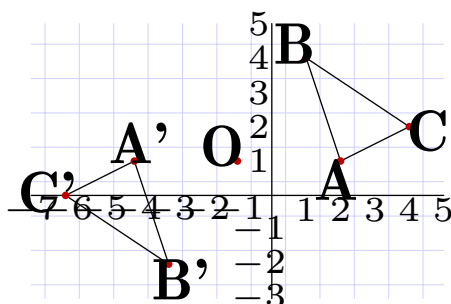
Une symétrie axiale **conserve les longueurs** : c'est une isométrie. Elle conserve aussi les mesures d'angles, les aires et l'alignement. En revanche elle **change l'orientation** de la figure — c'est ce que fait un miroir.

Exercice 2 — Correction

Par symétrie de centre $O(-1; 1)$, O est le **milieu** de $[MM']$. On en déduit $x' = 2 \times -1 - x$ et $y' = 2 \times 1 - y$.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(2; 1)	A'	(-4; 1)
B	(1; 4)	B'	(-3; -2)
C	(4; 2)	C'	(-6; 0)



ABC et son symétrique $A'B'C'$ par rapport à O .

Les images sont $A'(-4; 1)$, $B'(-3; -2)$, $C'(-6; 0)$.

3.

Une symétrie centrale de centre O est exactement la rotation de centre O et d'angle 180° (un demi-tour).

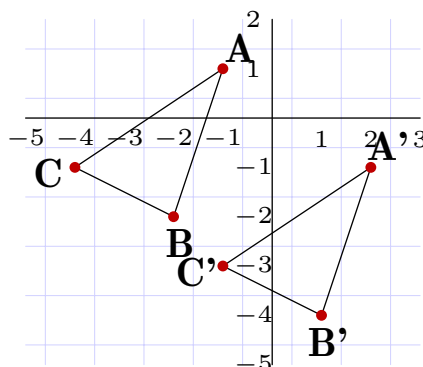
La symétrie centrale conserve les longueurs, les angles et les aires, et — contrairement à la symétrie axiale — elle **conserve l'orientation**. Elle transforme aussi toute droite en une droite qui lui est **parallèle**.

Exercice 3 — Correction

Une **translation** fait glisser la figure sans la tourner ni la déformer. Ici, chaque point voit son abscisse augmenter de **3** et son ordonnée de **-2** : l'image de $(x; y)$ est $(x + 3; y - 2)$.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	$(-1; 1)$	A'	$(2; -1)$
B	$(-2; -2)$	B'	$(1; -4)$
C	$(-4; -1)$	C'	$(-1; -3)$



ABC et son image $A'B'C'$ par la translation.

Les images sont $A'(2; -1)$, $B'(1; -4)$, $C'(-1; -3)$.

3.

Les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles, et $AB = A'B'$.

Une translation conserve les longueurs, les angles, les aires et l'**orientation**. Elle transforme toute droite en une droite **parallèle** : la figure est simplement déplacée, jamais retournée ni tournée. Le quadrilatère $ABA'B'$ est d'ailleurs un **parallélogramme**.

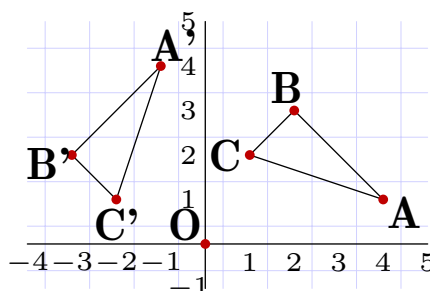


Exercice 4 — Correction

Un quart de tour de centre O dans le sens inverse des aiguilles d'une montre transforme $(x; y)$ en $(-y; x)$. On peut le retrouver en comptant les carreaux : le point tourne d'un quart de tour autour de O , la distance à O étant conservée.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(4 ; 1)	A'	(-1 ; 4)
B	(2 ; 3)	B'	(-3 ; 2)
C	(1 ; 2)	C'	(-2 ; 1)



ABC et son image $A'B'C'$ par le quart de tour.

Les images sont $A'(-1; 4)$, $B'(-3; 2)$, $C'(-2; 1)$.

3.

Quatre quarts de tour font un tour complet ($4 \times 90^\circ = 360^\circ$) : l'image de A est A lui-même, soit (4 ; 1).

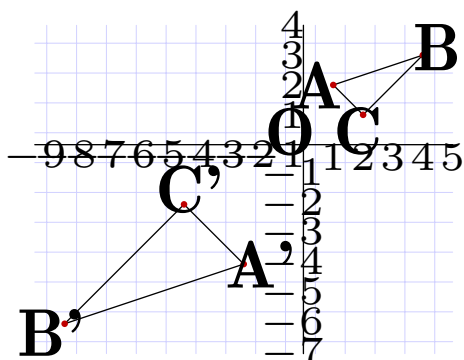
Une rotation conserve les longueurs, les angles et les aires, et conserve l'orientation. Attention : contrairement à la translation, elle ne conserve **pas** le parallélisme des droites avec leurs images — une droite et son image font entre elles un angle égal à l'angle de la rotation.

Exercice 5 — Correction

L'**homothétie de centre O et de rapport k** transforme le point $(x; y)$ en $(k \times x; k \times y)$. Ici $k = -2$, donc l'image de $(x; y)$ est $(-2x; -2y)$. Le rapport est **négatif** : l'image se trouve de **l'autre côté** de O , et la figure est retournée d'un demi-tour tout en étant agrandie 2 fois.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(1 ; 2)	A'	(-2 ; -4)
B	(4 ; 3)	B'	(-8 ; -6)
C	(2 ; 1)	C'	(-4 ; -2)



ABC et son image $A'B'C'$ par l'homothétie de rapport -2 .

Les images sont $A'(-2; -4)$, $B'(-8; -6)$, $C'(-4; -2)$.

3. Les longueurs sont multipliées par $|k| = 2$, donc les aires par k^2 :

$$k^2 = -2^2 = 4$$

$$\text{Aire de } A'B'C' = 2 \times 4 = 8$$

L'aire de $A'B'C'$ est de 8 carreaux.

Le point à retenir : une homothétie **ne conserve pas les longueurs** — c'est la seule des cinq transformations dans ce cas. Les longueurs sont multipliées par $|k|$, les **aires par k^2** . Les angles, eux, sont conservés : la figure garde sa forme, elle change seulement de taille.