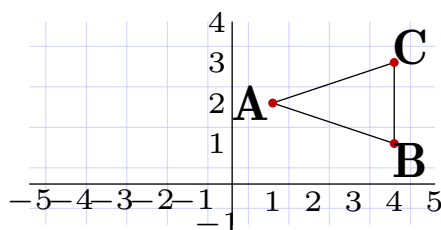




Les 5 exercices ci-dessous balaient les transformations du cycle 4 : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation d'un quart de tour et homothétie. Tout se passe dans un repère : chaque transformation se lit aussi comme une opération sur les coordonnées, et se vérifie donc au chiffre près.

## Exercice 1 — Symétrie axiale

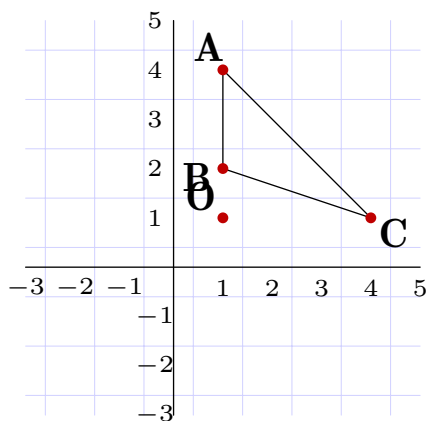
Dans le repère ci-dessous, le triangle ABC a pour sommets  $A(1; 2)$ ,  $B(4; 1)$ ,  $C(4; 3)$ .



1. Construire le triangle  $A'B'C'$ , symétrique de ABC par rapport à l'axe des ordonnées.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Que peut-on dire des longueurs AB et  $A'B'$ ? Justifier.

## Exercice 2 — Symétrie centrale

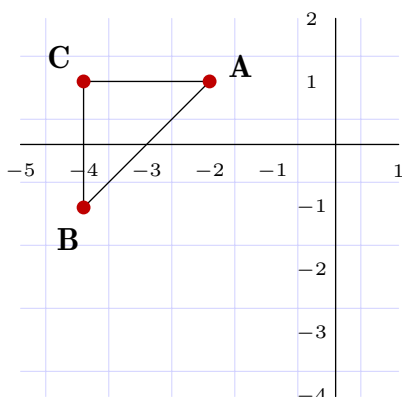
Le triangle ABC a pour sommets  $A(1; 4)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(4; 1)$ .



1. Construire le symétrique  $A'B'C'$  de ABC par rapport à le point  $O(1; 1)$ .
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Une symétrie centrale est aussi une rotation. Laquelle? Justifier.

## Exercice 3 — Translation

Le triangle ABC a pour sommets  $A(-2; 1)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(-4; 1)$ .

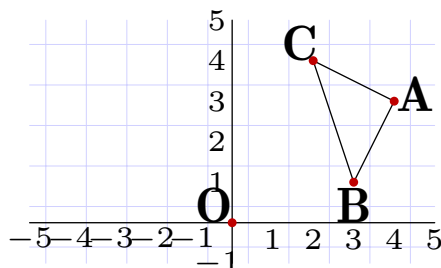


On applique la translation qui déplace tout point de **2 carreaux vers la droite** et **2 carreaux vers le bas**.

1. Construire l'image  $A'B'C'$  du triangle  $ABC$  par cette translation.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Que peut-on dire des droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  ? Justifier.

## Exercice 4 — Rotation d'un quart de tour

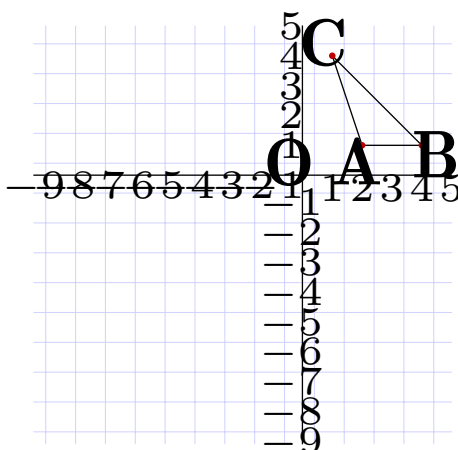
Le triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(4; 3)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(2; 4)$ .



1. Construire l'image  $A'B'C'$  de  $ABC$  par la **rotation de centre O et d'angle  $90^\circ$** , dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre**.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Quelle serait l'image de  $A$  par la **même rotation appliquée quatre fois** ? Justifier sans calcul.

## Exercice 5 — Homothétie

Le triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(2; 1)$ ,  $B(4; 1)$ ,  $C(1; 4)$ .





## Transformations

Cycle 4 — Fiche n°340



TRAN0340

- 
1. Construire l'image  $A'B'C'$  de  $ABC$  par l'**homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$** .
  2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
  3. L'aire du triangle  $ABC$  vaut **3 carreaux**. En déduire l'aire de  $A'B'C'$ , en carreaux, **sans la recalculer**.

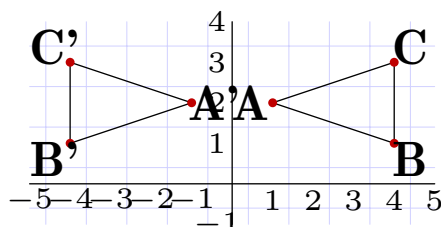
## Correction

### Exercice 1 — Correction

Par symétrie d'axe **l'axe des ordonnées**, un point de coordonnées  $(x; y)$  a pour image  $(-x; y)$  : l'ordonnée ne change pas, l'abscisse change de signe.

1. et 2. On applique la règle à chaque sommet :

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(1; 2)$    | A'    | $(-1; 2)$   |
| B     | $(4; 1)$    | B'    | $(-4; 1)$   |
| C     | $(4; 3)$    | C'    | $(-4; 3)$   |



Le triangle  $ABC$  et son symétrique  $A'B'C'$ .

Les images sont  $A'(-1; 2)$ ,  $B'(-4; 1)$ ,  $C'(-4; 3)$ .

3.

$AB = A'B'$ .

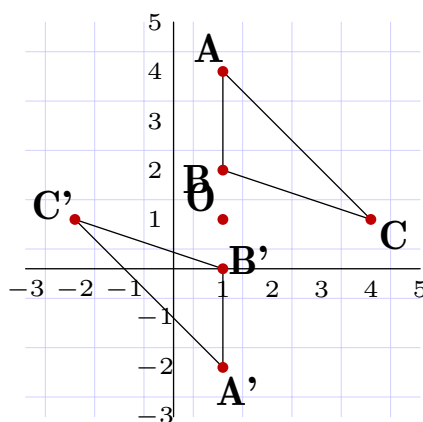
Une symétrie axiale **conserve les longueurs** : c'est une isométrie. Elle conserve aussi les mesures d'angles, les aires et l'alignement. En revanche elle **change l'orientation** de la figure — c'est ce que fait un miroir.

### Exercice 2 — Correction

Par symétrie de centre  $O(1; 1)$ ,  $O$  est le **milieu** de  $[MM']$ . On en déduit  $x' = 2 \times 1 - x$  et  $y' = 2 \times 1 - y$ .

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(1; 4)$    | A'    | $(1; -2)$   |
| B     | $(1; 2)$    | B'    | $(1; 0)$    |
| C     | $(4; 1)$    | C'    | $(-2; 1)$   |



$ABC$  et son symétrique  $A'B'C'$  par rapport à  $O$ .

Les images sont  $A'(1; -2)$ ,  $B'(1; 0)$ ,  $C'(-2; 1)$ .

3.

Une symétrie centrale de centre  $O$  est exactement la rotation de centre  $O$  et d'angle  $180^\circ$  (un demi-tour).

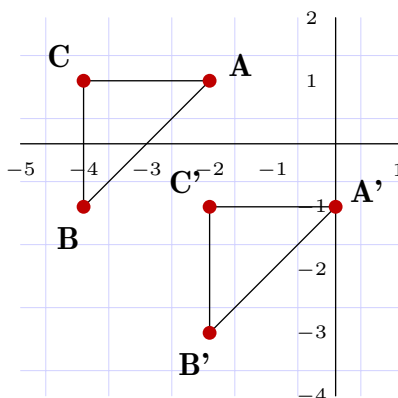
La symétrie centrale conserve les longueurs, les angles et les aires, et — contrairement à la symétrie axiale — elle **conserve l'orientation**. Elle transforme aussi toute droite en une droite qui lui est **parallèle**.

### Exercice 3 — Correction

Une **translation** fait glisser la figure sans la tourner ni la déformer. Ici, chaque point voit son abscisse augmenter de **2** et son ordonnée de **-2** : l'image de  $(x; y)$  est  $(x + 2; y - 2)$ .

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(-2; 1)$   | A'    | $(0; -1)$   |
| B     | $(-4; -1)$  | B'    | $(-2; -3)$  |
| C     | $(-4; 1)$   | C'    | $(-2; -1)$  |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par la translation.

Les images sont  $A'(0; -1)$ ,  $B'(-2; -3)$ ,  $C'(-2; -1)$ .

3.

Les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles, et  $AB = A'B'$ .



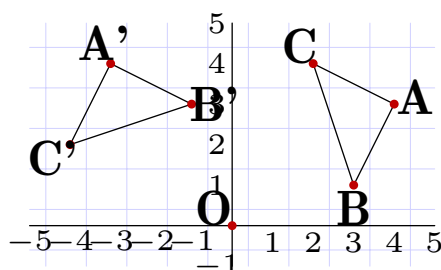
Une translation conserve les longueurs, les angles, les aires **et l'orientation**. Elle transforme toute droite en une droite **parallèle** : la figure est simplement déplacée, jamais retournée ni tournée. Le quadrilatère  $ABA'B'$  est d'ailleurs un **parallélogramme**.

## Exercice 4 — Correction

Un quart de tour de centre  $O$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre transforme  $(x; y)$  en  $(-y; x)$ . On peut le retrouver en comptant les carreaux : le point tourne d'un quart de tour autour de  $O$ , la distance à  $O$  étant conservée.

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(4; 3)$    | A'    | $(-3; 4)$   |
| B     | $(3; 1)$    | B'    | $(-1; 3)$   |
| C     | $(2; 4)$    | C'    | $(-4; 2)$   |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par le quart de tour.

Les images sont  $A'(-3; 4)$ ,  $B'(-1; 3)$ ,  $C'(-4; 2)$ .

3.

Quatre quarts de tour font un tour complet ( $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ ) : l'image de  $A$  est  $A$  lui-même, soit  $(4; 3)$ .

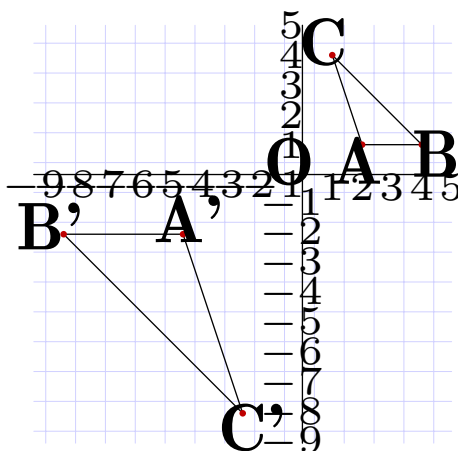
Une rotation conserve les longueurs, les angles et les aires, et conserve l'orientation. Attention : contrairement à la translation, elle ne conserve **pas** le parallélisme des droites avec leurs images — une droite et son image font entre elles un angle égal à l'angle de la rotation.

## Exercice 5 — Correction

L'**homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$**  transforme le point  $(x; y)$  en  $(k \times x; k \times y)$ . Ici  $k = -2$ , donc l'image de  $(x; y)$  est  $(-2x; -2y)$ . Le rapport est **négatif** : l'image se trouve de **l'autre côté** de  $O$ , et la figure est retournée d'un demi-tour tout en étant agrandie 2 fois.

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(2; 1)$    | A'    | $(-4; -2)$  |
| B     | $(4; 1)$    | B'    | $(-8; -2)$  |
| C     | $(1; 4)$    | C'    | $(-2; -8)$  |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par l'homothétie de rapport  $-2$ .

**Les images sont  $A'(-4; -2)$ ,  $B'(-8; -2)$ ,  $C'(-2; -8)$ .**

3. Les longueurs sont multipliées par  $|k| = 2$ , donc les aires par  $k^2$  :

$$k^2 = -2^2 = 4$$

$$\text{Aire de } A'B'C' = 3 \times 4 = 12$$

**L'aire de  $A'B'C'$  est de 12 carreaux.**

**Le point à retenir :** une homothétie **ne conserve pas les longueurs** — c'est la seule des cinq transformations dans ce cas. Les longueurs sont multipliées par  $|k|$ , les **aires par  $k^2$** . Les angles, eux, sont conservés : la figure garde sa forme, elle change seulement de taille.