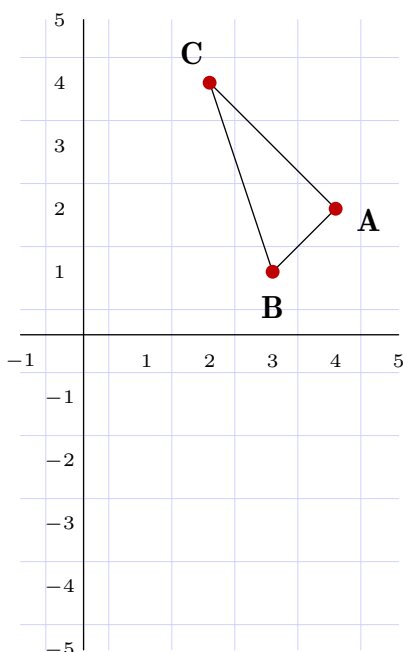




Les 5 exercices ci-dessous balaient les transformations du cycle 4 : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation d'un quart de tour et homothétie. Tout se passe dans un repère : chaque transformation se lit aussi comme une opération sur les coordonnées, et se vérifie donc au chiffre près.

Exercice 1 — Symétrie axiale

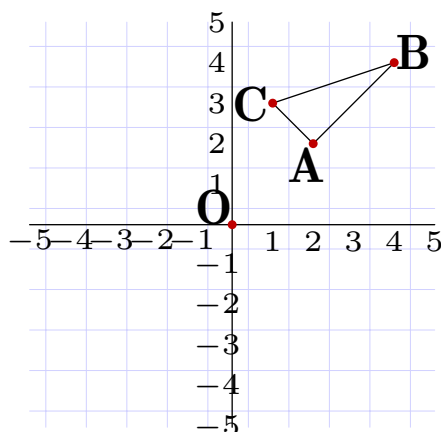
Dans le repère ci-dessous, le triangle ABC a pour sommets $A(4; 2)$, $B(3; 1)$, $C(2; 4)$.



1. Construire le triangle $A'B'C'$, symétrique de ABC par rapport à l'axe des abscisses.
2. Donner les **coordonnées** de A' , B' et C' .
3. Que peut-on dire des **longueurs** AB et $A'B'$? Justifier.

Exercice 2 — Symétrie centrale

Le triangle ABC a pour sommets $A(2; 2)$, $B(4; 4)$, $C(1; 3)$.

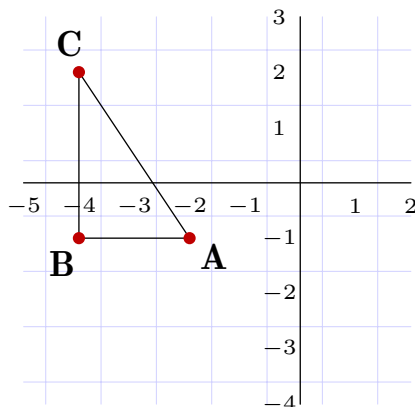


1. Construire le symétrique $A'B'C'$ de ABC par rapport à l'origine **O** du repère.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Une symétrie centrale est aussi une **rotation**. Laquelle? Justifier.



Exercice 3 — Translation

Le triangle ABC a pour sommets $A(-2; -1)$, $B(-4; -1)$, $C(-4; 2)$.

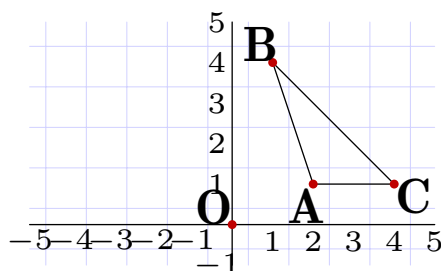


On applique la translation qui déplace tout point de **3 carreaux vers la droite** et **2 carreaux vers le bas**.

1. Construire l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par cette translation.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Que peut-on dire des droites (AB) et $(A'B')$? Justifier.

Exercice 4 — Rotation d'un quart de tour

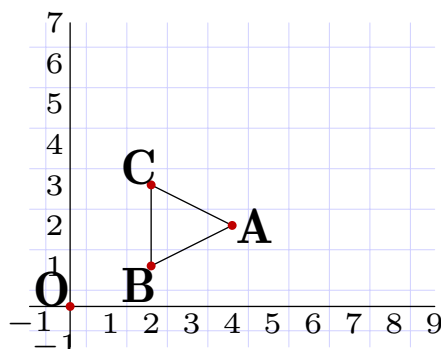
Le triangle ABC a pour sommets $A(2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 1)$.



1. Construire l'image $A'B'C'$ de ABC par la **rotation de centre O et d'angle 90°** , dans le **sens inverse des aiguilles d'une montre**.
2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
3. Quelle serait l'image de A par la **même rotation appliquée quatre fois** ? Justifier sans calcul.

Exercice 5 — Homothétie

Le triangle ABC a pour sommets $A(4; 2)$, $B(2; 1)$, $C(2; 3)$.





Transformations

Cycle 4 — Fiche n°353



TRAN0353

-
1. Construire l'image $A'B'C'$ de ABC par l'**homothétie de centre O et de rapport 2**.
 2. Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
 3. L'aire du triangle ABC vaut **2 carreaux**. En déduire l'aire de $A'B'C'$, en carreaux, **sans la recalculer**.



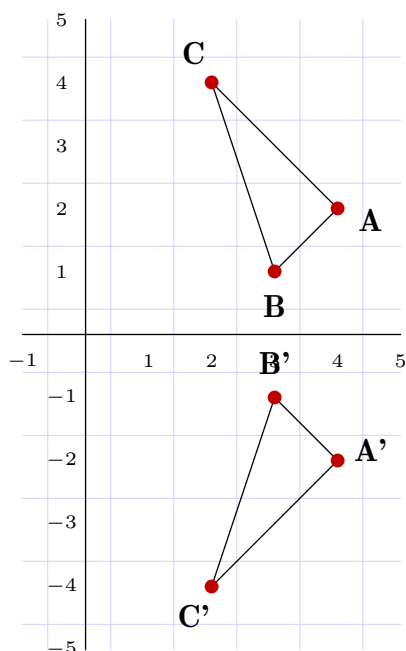
Correction

Exercice 1 — Correction

Par symétrie d'axe **l'axe des abscisses**, un point de coordonnées $(x; y)$ a pour image $(x; -y)$: l'abscisse ne change pas, l'ordonnée change de signe.

1. et 2. On applique la règle à chaque sommet :

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(4; 2)	A'	(4; -2)
B	(3; 1)	B'	(3; -1)
C	(2; 4)	C'	(2; -4)



Le triangle ABC et son symétrique $A'B'C'$.

Les images sont $A'(4; -2)$, $B'(3; -1)$, $C'(2; -4)$.

3.

$AB = A'B'$.

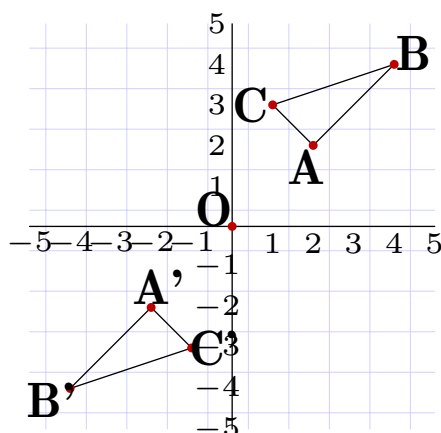
Une symétrie axiale **conserve les longueurs** : c'est une isométrie. Elle conserve aussi les mesures d'angles, les aires et l'alignement. En revanche elle **change l'orientation** de la figure — c'est ce que fait un miroir.

Exercice 2 — Correction

Par symétrie de centre **O(0; 0)**, l'image de $(x; y)$ est $(-x; -y)$: les deux coordonnées changent de signe.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(2; 2)	A'	(-2; -2)
B	(4; 4)	B'	(-4; -4)
C	(1; 3)	C'	(-1; -3)



ABC et son symétrique $A'B'C'$ par rapport à O .

Les images sont $A'(-2; -2)$, $B'(-4; -4)$, $C'(-1; -3)$.

3.

Une symétrie centrale de centre O est exactement la rotation de centre O et d'angle 180° (un demi-tour).

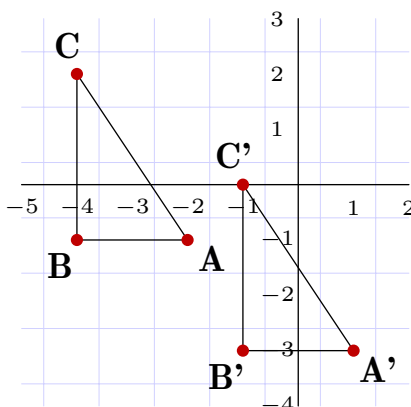
La symétrie centrale conserve les longueurs, les angles et les aires, et — contrairement à la symétrie axiale — elle **conserve l'orientation**. Elle transforme aussi toute droite en une droite qui lui est **parallèle**.

Exercice 3 — Correction

Une **translation** fait glisser la figure sans la tourner ni la déformer. Ici, chaque point voit son abscisse augmenter de **3** et son ordonnée de **-2** : l'image de $(x; y)$ est $(x + 3; y - 2)$.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	$(-2; -1)$	A'	$(1; -3)$
B	$(-4; -1)$	B'	$(-1; -3)$
C	$(-4; 2)$	C'	$(-1; 0)$



ABC et son image $A'B'C'$ par la translation.

Les images sont $A'(1; -3)$, $B'(-1; -3)$, $C'(-1; 0)$.

3.



Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles, et $AB = A'B'$.

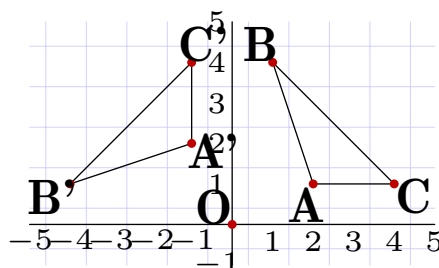
Une translation conserve les longueurs, les angles, les aires **et l'orientation**. Elle transforme toute droite en une droite **parallèle** : la figure est simplement déplacée, jamais retournée ni tournée. Le quadrilatère ABA'B' est d'ailleurs un **parallélogramme**.

Exercice 4 — Correction

Un quart de tour de centre O dans le sens inverse des aiguilles d'une montre transforme (x ; y) en (-y ; x). On peut le retrouver en comptant les carreaux : le point tourne d'un quart de tour autour de O, la distance à O étant conservée.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(2 ; 1)	A'	(-1 ; 2)
B	(1 ; 4)	B'	(-4 ; 1)
C	(4 ; 1)	C'	(-1 ; 4)



ABC et son image A'B'C' par le quart de tour.

Les images sont A'(-1 ; 2), B'(-4 ; 1), C'(-1 ; 4).

3.

Quatre quarts de tour font un tour complet ($4 \times 90^\circ = 360^\circ$) : l'image de A est A lui-même, soit (2 ; 1).

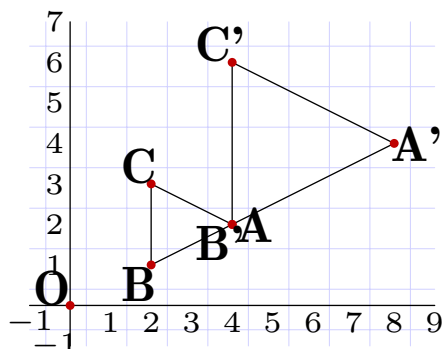
Une rotation conserve les longueurs, les angles et les aires, et conserve l'orientation. Attention : contrairement à la translation, elle ne conserve **pas** le parallélisme des droites avec leurs images — une droite et son image font entre elles un angle égal à l'angle de la rotation.

Exercice 5 — Correction

L'**homothétie de centre O et de rapport k** transforme le point (x ; y) en ($k \times x$; $k \times y$). Ici $k = 2$, donc l'image de (x ; y) est (2x ; 2y). Le rapport est **positif** : l'image est du **même côté** de O que la figure de départ, et la figure est **agrandie 2 fois**.

1. et 2.

Point	Coordonnées	Image	Coordonnées
A	(4 ; 2)	A'	(8 ; 4)
B	(2 ; 1)	B'	(4 ; 2)
C	(2 ; 3)	C'	(4 ; 6)



ABC et son image A'B'C' par l'homothétie de rapport 2.

Les images sont A'(8 ; 4), B'(4 ; 2), C'(4 ; 6).

3. Les longueurs sont multipliées par $|k| = 2$, donc les aires par k^2 :

$$k^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{Aire de A'B'C'} = 2 \times 4 = 8$$

L'aire de A'B'C' est de 8 carreaux.

Le point à retenir : une homothétie **ne conserve pas les longueurs** — c'est la seule des cinq transformations dans ce cas. Les longueurs sont multipliées par $|k|$, les **aires par k^2** . Les angles, eux, sont conservés : la figure garde sa forme, elle change seulement de taille.