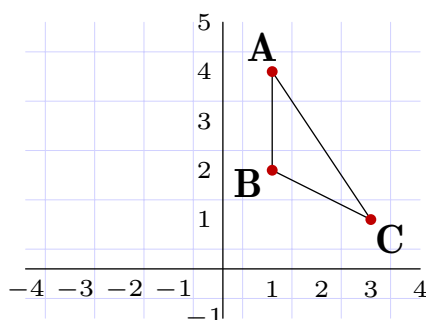


Les 5 exercices ci-dessous balaient les transformations du cycle 4 : symétrie axiale, symétrie centrale, translation, rotation d'un quart de tour et homothétie. Tout se passe dans un repère : chaque transformation se lit aussi comme une opération sur les coordonnées, et se vérifie donc au chiffre près.

## Exercice 1 — Symétrie axiale

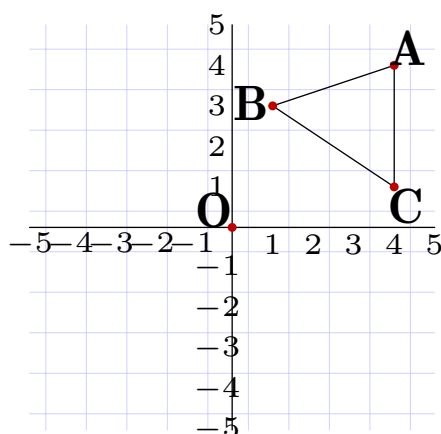
Dans le repère ci-dessous, le triangle ABC a pour sommets  $A(1; 4)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(3; 1)$ .



1. Construire le triangle  $A'B'C'$ , symétrique de ABC par rapport à l'axe des ordonnées.
2. Donner les **coordonnées** de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Que peut-on dire des **longueurs** AB et  $A'B'$  ? Justifier.

## Exercice 2 — Symétrie centrale

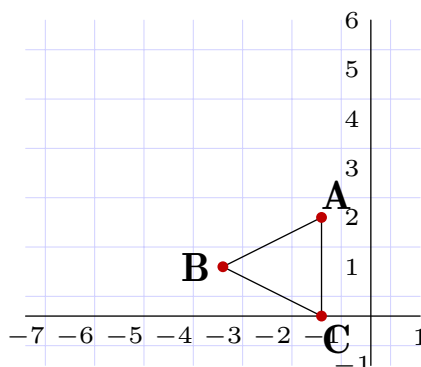
Le triangle ABC a pour sommets  $A(4; 4)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(4; 1)$ .



1. Construire le symétrique  $A'B'C'$  de ABC par rapport à le point  $O(0; 0)$ .
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Une symétrie centrale est aussi une **rotation**. Laquelle ? Justifier.

## Exercice 3 — Translation

Le triangle ABC a pour sommets  $A(-1; 2)$ ,  $B(-3; 1)$ ,  $C(-1; 0)$ .

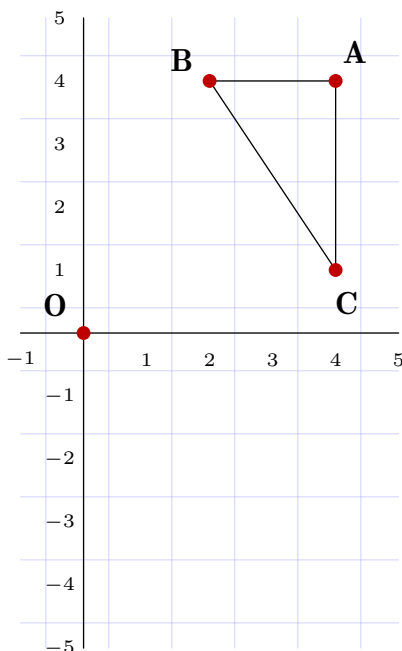


On applique la translation qui déplace tout point de **3 carreaux vers la gauche** et **3 carreaux vers le haut**.

1. Construire l'image  $A'B'C'$  du triangle  $ABC$  par cette translation.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Que peut-on dire des droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  ? Justifier.

## Exercice 4 — Rotation d'un quart de tour

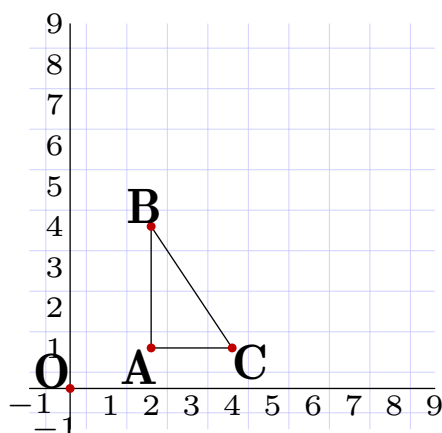
Le triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(4; 4)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(4; 1)$ .



1. Construire l'image  $A'B'C'$  de  $ABC$  par la **rotation de centre O et d'angle  $90^\circ$** , dans le **sens des aiguilles d'une montre**.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. Quelle serait l'image de  $A$  par la **même rotation appliquée quatre fois** ? Justifier sans calcul.

## Exercice 5 — Homothétie

Le triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(2; 1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(4; 1)$ .



1. Construire l'image  $A'B'C'$  de  $ABC$  par l'**homothétie de centre  $O$  et de rapport 2**.
2. Donner les coordonnées de  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
3. L'aire du triangle  $ABC$  vaut **3 carreaux**. En déduire l'aire de  $A'B'C'$ , en carreaux, **sans la recalculer**.

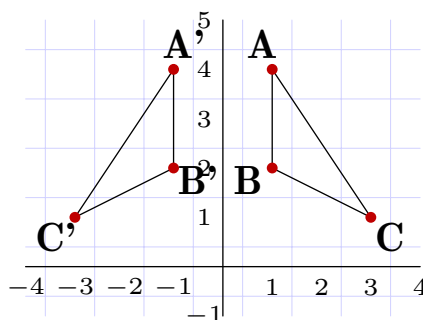
## Correction

### Exercice 1 — Correction

Par symétrie d'axe **l'axe des ordonnées**, un point de coordonnées  $(x; y)$  a pour image  $(-x; y)$  : l'ordonnée ne change pas, l'abscisse change de signe.

1. et 2. On applique la règle à chaque sommet :

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(1; 4)$    | A'    | $(-1; 4)$   |
| B     | $(1; 2)$    | B'    | $(-1; 2)$   |
| C     | $(3; 1)$    | C'    | $(-3; 1)$   |



Le triangle  $ABC$  et son symétrique  $A'B'C'$ .

Les images sont **A'(-1; 4), B'(-1; 2), C'(-3; 1).**

3.

**$AB = A'B'$ .**

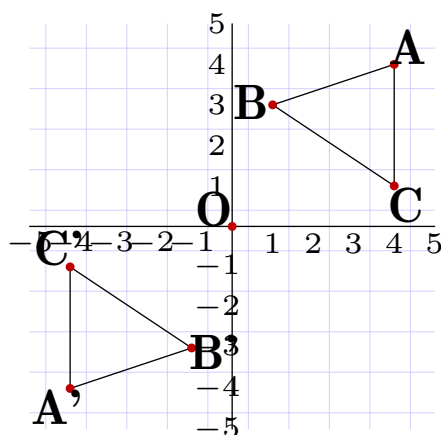
Une symétrie axiale **conserve les longueurs** : c'est une isométrie. Elle conserve aussi les mesures d'angles, les aires et l'alignement. En revanche elle **change l'orientation** de la figure — c'est ce que fait un miroir.

### Exercice 2 — Correction

Par symétrie de centre **O(0; 0)**, O est le **milieu** de  $[MM']$ . On en déduit  $x' = 2 \times 0 - x$  et  $y' = 2 \times 0 - y$ .

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(4; 4)$    | A'    | $(-4; -4)$  |
| B     | $(1; 3)$    | B'    | $(-1; -3)$  |
| C     | $(4; 1)$    | C'    | $(-4; -1)$  |



$ABC$  et son symétrique  $A'B'C'$  par rapport à  $O$ .

Les images sont  $A'(-4; -4)$ ,  $B'(-1; -3)$ ,  $C'(-4; -1)$ .

3.

Une symétrie centrale de centre  $O$  est exactement la rotation de centre  $O$  et d'angle  $180^\circ$  (un demi-tour).

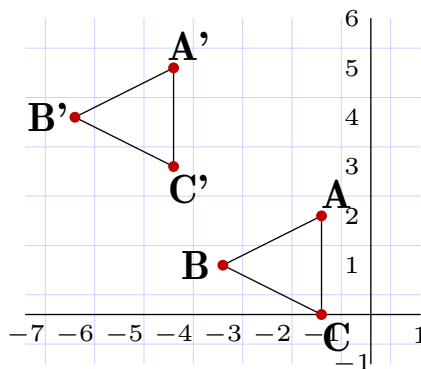
La symétrie centrale conserve les longueurs, les angles et les aires, et — contrairement à la symétrie axiale — elle **conserve l'orientation**. Elle transforme aussi toute droite en une droite qui lui est **parallèle**.

### Exercice 3 — Correction

Une **translation** fait glisser la figure sans la tourner ni la déformer. Ici, chaque point voit son abscisse augmenter de  $-3$  et son ordonnée de  $3$  : l'image de  $(x; y)$  est  $(x + -3; y + 3)$ .

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | $(-1; 2)$   | A'    | $(-4; 5)$   |
| B     | $(-3; 1)$   | B'    | $(-6; 4)$   |
| C     | $(-1; 0)$   | C'    | $(-4; 3)$   |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par la translation.

Les images sont  $A'(-4; 5)$ ,  $B'(-6; 4)$ ,  $C'(-4; 3)$ .

3.

Les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$  sont parallèles, et  $AB = A'B'$ .

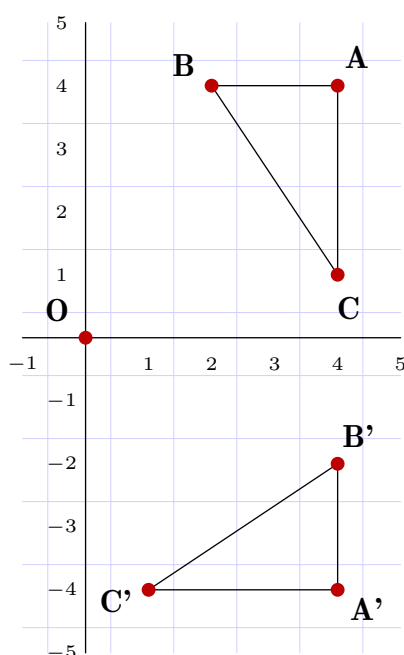
Une translation conserve les longueurs, les angles, les aires **et l'orientation**. Elle transforme toute droite en une droite **parallèle** : la figure est simplement déplacée, jamais retournée ni tournée. Le quadrilatère  $ABA'B'$  est d'ailleurs un **parallélogramme**.

## Exercice 4 — Correction

Un quart de tour de centre  $O$  dans le sens des aiguilles d'une montre transforme  $(x; y)$  en  $(y; -x)$ . On peut le retrouver en comptant les carreaux : le point tourne d'un quart de tour autour de  $O$ , la distance à  $O$  étant conservée.

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | (4; 4)      | A'    | (4; -4)     |
| B     | (2; 4)      | B'    | (4; -2)     |
| C     | (4; 1)      | C'    | (1; -4)     |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par le quart de tour.

Les images sont  $A'(4; -4)$ ,  $B'(4; -2)$ ,  $C'(1; -4)$ .

3.

Quatre quarts de tour font un tour complet ( $4 \times 90^\circ = 360^\circ$ ) : l'image de  $A$  est  $A$  lui-même, soit (4; 4).

Une rotation conserve les longueurs, les angles et les aires, et conserve l'orientation. Attention : contrairement à la translation, elle ne conserve **pas** le parallélisme des droites avec leurs images — une droite et son image font entre elles un angle égal à l'angle de la rotation.

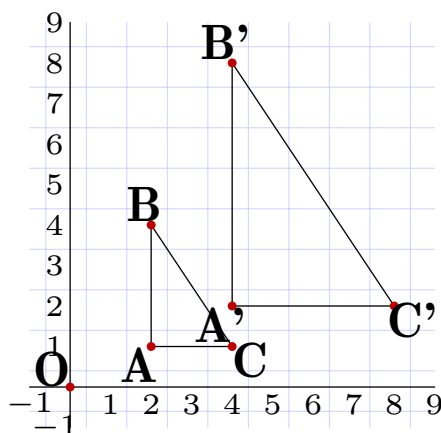


## Exercice 5 — Correction

L'**homothétie de centre O et de rapport k** transforme le point  $(x; y)$  en  $(k \times x; k \times y)$ . Ici  $k = 2$ , donc l'image de  $(x; y)$  est  $(2x; 2y)$ . Le rapport est **positif** : l'image est du **même côté** de O que la figure de départ, et la figure est **agrandie 2 fois**.

1. et 2.

| Point | Coordonnées | Image | Coordonnées |
|-------|-------------|-------|-------------|
| A     | (2; 1)      | A'    | (4; 2)      |
| B     | (2; 4)      | B'    | (4; 8)      |
| C     | (4; 1)      | C'    | (8; 2)      |



$ABC$  et son image  $A'B'C'$  par l'homothétie de rapport 2.

Les images sont  $A'(4; 2)$ ,  $B'(4; 8)$ ,  $C'(8; 2)$ .

3. Les longueurs sont multipliées par  $|k| = 2$ , donc les aires par  $k^2$  :

$$k^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{Aire de } A'B'C' = 3 \times 4 = 12$$

**L'aire de  $A'B'C'$  est de 12 carreaux.**

**Le point à retenir** : une homothétie **ne conserve pas les longueurs** — c'est la seule des cinq transformations dans ce cas. Les longueurs sont multipliées par  $|k|$ , les **aires par  $k^2$** . Les angles, eux, sont conservés : la figure garde sa forme, elle change seulement de taille.