



Sujet original de préparation au DNB. Compétences visées : utiliser les critères de divisibilité, décomposer en facteurs premiers, calculer un PGCD, simplifier des fractions, résoudre des problèmes de partage et raisonner sur la divisibilité.

Exercice 1 – Vocabulaire et divisibilité

Répondre aux questions suivantes.

- 1) Donner la définition d'un multiple d'un nombre entier.
- 2) Donner la définition d'un diviseur d'un nombre entier.
- 3) Dire si 7 est un diviseur de 84. Justifier.
- 4) Dire si 96 est un multiple de 8. Justifier.
- 5) Donner trois multiples de 15 supérieurs à 100.

Exercice 2 – Critères de divisibilité

Pour chaque nombre, indiquer s'il est divisible par 2, par 3, par 5, par 9 et par 10.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
360					
1 245					
7 812					
9 990					

- 1) Expliquer le critère de divisibilité par 3.
- 2) Expliquer le critère de divisibilité par 9.

Exercice 3 – Nombres premiers

- 1) Rappeler la définition d'un nombre premier.
- 2) Parmi les nombres suivants, entourer les nombres premiers :

11 21 29 39 41 51 57 67.

- 3) Expliquer pourquoi 51 n'est pas premier.
- 4) Donner tous les nombres premiers compris entre 20 et 40.



Exercice 4 – Décompositions en facteurs premiers

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- 1) 84
- 2) 150
- 3) 252
- 4) 1 260

Exemple : $\boxed{60} = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2^2 \times 3 \times 5$

Exercice 5 – Fractions irréductibles

Rendre les fractions suivantes irréductibles à l'aide d'une décomposition en facteurs premiers ou d'un PGCD.

- 1) $\frac{42}{56}$
- 2) $\frac{84}{126}$
- 3) $\frac{150}{210}$
- 4) $\frac{1\,260}{1\,980}$

Exercice 6 – PGCD

- 1) Calculer le PGCD de 72 et 96.
- 2) Calculer le PGCD de 135 et 210.
- 3) Calculer le PGCD de 462 et 1 078.
- 4) En déduire une simplification de $\frac{462}{1\,078}$.



Exercice 7 – Algorithme d'Euclide

On veut calculer le PGCD de 1 176 et 882.

- 1) Effectuer la division euclidienne de 1 176 par 882.
- 2) Effectuer la division euclidienne de 882 par le reste obtenu.
- 3) Continuer l'algorithme jusqu'à obtenir un reste nul.
- 4) Donner le PGCD de 1 176 et 882.
- 5) La fraction $\frac{882}{1\,176}$ est-elle irréductible? Si non, la rendre irréductible.

Exercice 8 – Problème de partage

Un professeur dispose de 168 stylos bleus et de 126 stylos rouges. Il veut préparer des lots identiques en utilisant tous les stylos.

- 1) Pourquoi le nombre de lots doit-il être un diviseur commun de 168 et 126?
- 2) Quel est le nombre maximal de lots identiques qu'il peut préparer?
- 3) Combien y aura-t-il de stylos bleus dans chaque lot?
- 4) Combien y aura-t-il de stylos rouges dans chaque lot?

Exercice 9 – Engrenages

Deux roues dentées tournent ensemble. La première possède 24 dents et la seconde possède 40 dents. Au départ, deux dents marquées sont en contact.

- 1) On cherche le plus petit nombre de dents passées pour que les deux dents marquées soient à nouveau en contact. Doit-on chercher un multiple commun ou un diviseur commun?
- 2) Calculer le PPCM de 24 et 40.
- 3) Combien de tours la première roue aura-t-elle effectués?
- 4) Combien de tours la seconde roue aura-t-elle effectués?



Exercice 10 – Type brevet : mosaïque

Une salle rectangulaire mesure 8,4 m de long et 6,3 m de large. On veut la carreler avec des carreaux carrés identiques, sans découpe, dont le côté est un nombre entier de centimètres. On veut utiliser les plus grands carreaux possibles.

- 1) Convertir les dimensions de la salle en centimètres.
- 2) Expliquer pourquoi la longueur du côté d'un carreau doit diviser 840 et 630.
- 3) Calculer la plus grande longueur possible du côté d'un carreau.
- 4) Combien de carreaux faut-il dans la longueur ?
- 5) Combien de carreaux faut-il dans la largeur ?
- 6) Combien de carreaux faut-il au total ?

Exercice 11 – Synthèse DNB

Un club organise une sortie. Il dispose de 294 élèves et de 210 accompagnateurs à répartir dans des groupes identiques. Tous les élèves et tous les accompagnateurs doivent être répartis. On souhaite former le plus grand nombre possible de groupes.

- 1) Calculer le plus grand nombre de groupes possibles.
- 2) Combien d'élèves y aura-t-il dans chaque groupe ?
- 3) Combien d'accompagnateurs y aura-t-il dans chaque groupe ?
- 4) Vérifier que la fraction $\frac{210}{294}$ peut être simplifiée avec le nombre trouvé.
- 5) Rendre la fraction $\frac{210}{294}$ irréductible.



Correction

Exercice 1

- 1) Un multiple de a est un nombre qui peut s'écrire $a \times k$, avec k entier.
- 2) Un diviseur de n est un entier qui divise n sans reste.
- 3) Oui, car $84 = 7 \times 12$.
- 4) Oui, car $96 = 8 \times 12$.
- 5) Par exemple 105, 120 et 135.

Exercice 2

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
360	oui	oui	oui	oui	oui
1 245	non	oui	oui	non	non
7 812	oui	oui	non	oui	non
9 990	oui	oui	oui	oui	oui

- 1) Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- 2) Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exercice 3

- 1) Un nombre premier est un entier supérieur ou égal à 2 qui possède exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.
- 2) Les nombres premiers sont 11, 29, 41 et 67.
- 3) 51 n'est pas premier car $51 = 3 \times 17$.
- 4) Les nombres premiers compris entre 20 et 40 sont 23, 29, 31 et 37.

Exercice 4

- 1) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.
- 2) $150 = 2 \times 3 \times 5^2$.
- 3) $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.
- 4) $1\,260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$.

Exercice 5

- 1) $\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$.
- 2) $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$.
- 3) $\frac{150}{210} = \frac{5}{7}$.
- 4) $\frac{1\,260}{1\,980} = \frac{7}{11}$.



Exercice 6

- 1) $\text{PGCD}(72; 96) = 24$.
- 2) $\text{PGCD}(135; 210) = 15$.
- 3) $1\,078 = 2 \times 462 + 154$ et $462 = 3 \times 154$, donc $\text{PGCD}(462; 1\,078) = 154$.
- 4) $\frac{462}{1\,078} = \frac{3}{7}$.

Exercice 7

- 1) $1\,176 = 1 \times 882 + 294$.
- 2) $882 = 3 \times 294 + 0$.
- 3) L'algorithme s'arrête car le reste est nul.
- 4) $\text{PGCD}(1\,176; 882) = 294$.
- 5) La fraction n'est pas irréductible : $\frac{882}{1\,176} = \frac{3}{4}$.

Exercice 8

- 1) Le nombre de lots doit diviser le nombre de stylos bleus et le nombre de stylos rouges pour qu'il n'y ait aucun reste.
- 2) $\text{PGCD}(168; 126) = 42$, donc le nombre maximal de lots est 42.
- 3) $168 \div 42 = 4$ stylos bleus par lot.
- 4) $126 \div 42 = 3$ stylos rouges par lot.

Exercice 9

- 1) Il faut chercher un multiple commun, et plus précisément le plus petit multiple commun.
- 2) $24 = 2^3 \times 3$ et $40 = 2^3 \times 5$, donc $\text{PPCM}(24; 40) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$.
- 3) La première roue aura effectué $120 \div 24 = 5$ tours.
- 4) La seconde roue aura effectué $120 \div 40 = 3$ tours.

Exercice 10

- 1) $8,4 \text{ m} = 840 \text{ cm}$ et $6,3 \text{ m} = 630 \text{ cm}$.
- 2) Le côté du carreau doit diviser exactement les deux dimensions pour éviter les découpes.
- 3) $\text{PGCD}(840; 630) = 210$, donc le plus grand côté possible est 210 cm.
- 4) $840 \div 210 = 4$ carreaux dans la longueur.
- 5) $630 \div 210 = 3$ carreaux dans la largeur.
- 6) Il faut $4 \times 3 = 12$ carreaux au total.

Exercice 11

- 1) $\text{PGCD}(294; 210) = 42$, donc on peut former au maximum 42 groupes.
- 2) $294 \div 42 = 7$ élèves par groupe.
- 3) $210 \div 42 = 5$ accompagnateurs par groupe.
- 4) 42 divise bien 210 et 294, donc $\frac{210}{294} = \frac{210 \div 42}{294 \div 42}$.
- 5) $\frac{210}{294} = \frac{5}{7}$.