Diplôme national du brevet
Brevet des collèges — Amérique du Nord, juin 2008

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE

Activités numériques **12 points**

Exercice 1

On donne les nombres :

$$\mathrm{A} = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8} \ ; \quad \mathrm{B} = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4} \ ; \quad \mathrm{C} = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147}.$$

1. $\mathrm{A} = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8} = \frac{3}{7} - \frac{2 \times 3 \times 7}{7 \times 2 \times 4} = \frac{3}{7} - \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} - \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{12 - 21}{4 \times 7} = -\frac{9}{28}$.
2. **a.** $\mathrm{B} = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^4} = \frac{5,4 \times 10^{-1}}{6 \times 10^4} = 0,9 \times 10^{-5} = 0,000\,009$.
   b. $\mathrm{B} = 0,000\,009 = 9 \times 10^{-6}$.
3. $\mathrm{C} = \sqrt{12} - 5\sqrt{75} + 2\sqrt{147} = \sqrt{4 \times 3} - 5\sqrt{25 \times 3} + 2\sqrt{49 \times 3} =$
   $\sqrt{4} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{25} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{49} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 25\sqrt{3} + 14\sqrt{3} = -9\sqrt{3}$.

Exercice 2

On pose : $D = (12x + 3)(2x - 7) - (2x - 7)^2$.

1. $D = 24x^2 - 84x + 6x - 21 - \left(4x^2 + 49 - 28x\right) = 24x^2 - 84x + 6x - 21 - 4x^2 - 49 + 28x = 20x^2 - 50x - 70$.
2. $D = (12x+3)(2x-7) - (2x-7)^2 = (2x-7)[(12x+3) - (2x-7)] = (2x-7)(12x+3-2x+7) = (2x-7)(10x+10) = 10(2x-7)(x+1)$.
3. Pour $x = 2$, $D = 20 \times 2^2 - 50 \times 2 - 70 = 80 - 100 - 70 = -90$.
   Pour $x = -1$, $D = 10 \times (2-7)(-1+1) = -50 \times 0 = 0$.
4. $(2x-7)(x+1) = 0$ donc $\left\{\begin{array}{lcl} 2x - 7 & = & 0 \\ x + 1 & = & 0 \end{array}\right.$ d'où $\left\{\begin{array}{lcl} 2x & = & 7 \\ x & = & -1 \end{array}\right.$ et enfin
   $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & \frac{7}{2} \\ x & = & -1 \end{array}\right.$. L'équation a deux solutions : -1 et $\frac{7}{2}$.

Exercice 3

1. Par l'algorithme d'Euclide :
   $378 = 270 \times 1 + 108$;
   $270 = 108 \times 2 + 54$;
   $108 = 54 \times 2 + 0$.
   Donc 54 est le PGCD à 378 et 270.
2. **a.** Le nombre de billes et le nombre de calots dans chaque lot doit être un diviseur respectivement de 378 et de 270. Le nombre de lots doit être un diviseur de 378 et de 270, donc un diviseur commun. Le plus grand nombre de lots sera obtenu avec le PGCD à 378 et 270.
   b. Comme $378 = 54 \times 7$ et $270 = 54 \times 5$, il y aura dans chaque lot 7 billes et 5 calots.

Brevet des collèges

Amérique du Nord – juin 2008

Activités géométriques **12 points**

Exercice 1

1.

2. On a $\text{AC}^2 = (6-(-2))^2 + (-3-1)^2 = 8^2 + (-4)^2 = 64 + 16 = 80 = 16 \times 5$. Donc $\text{AC} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.
3. On a $\text{BC}^2 = 10^2 = 100$;
   $\text{BA}^2 + \text{AC}^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 80 = 4 \times 5 + 80 = 20 + 80 = 100$.
   On a donc : $\text{BC}^2 = \text{BA}^2 + \text{AC}^2$, ce qui montre par réciproque du théorème de Pythagore que le triangle ABC est rectangle en A.
4. Voir la figure.
5. L'égalité $\overrightarrow{\text{AB}} = \overrightarrow{\text{CM}}$ montre que le quadrilatère ABMC est un parallélogramme. Comme il a un angle droit, c'est donc un rectangle, mais pas un carré car $\text{AB} \neq \text{AC}$.

Exercice 2

1. Le triangle IJK est inscrit dans un cercle qui admet pour diamètre l'un de ses côtés [IJ] ; il est donc rectangle en K.
2. Puisque IJ = 8, le rayon du cercle est égal à 4 cm. On a OJ = OK = JK = 4 : le triangle OJK est donc équilatéral.
3. Puisque R est le symétrique de K autour de la droite (IJ) la droite (KR) est perpendiculaire à la droite (OI) ; dans le triangle équilatéral OJK, cette droite est aussi la médiatrice de [OJ], donc [OJ] et [KR] ont le même milieu ce qui montre que le quadrilatère ROKJ est un parallélogramme. Comme il a deux côtés consécutifs ([OK] et [KJ]) de même longueur c'est un losange.

Exercice 3

1. On a $\dfrac{\text{OM}}{\text{OA}} = \dfrac{5,4}{3} = 1,8$ et $\dfrac{\text{ON}}{\text{OB}} = \dfrac{4,5}{2,5} = \dfrac{45}{25} = \dfrac{9}{5} = 1,8$.
   Donc $\dfrac{\text{OM}}{\text{OA}} = \dfrac{\text{ON}}{\text{OB}}$ ce qui montre par réciproque de la propriété de Thalès que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
2. On sait que l'on a encore toujours par Thalès : $\dfrac{\text{MN}}{\text{AB}} = 1,8$ soit $\text{MN} = 1,8 \times 1,2 = 2,16$ cm.
3. Le rapport des longueurs des côtés des deux triangles ONM et OAB étant égal à 1,8, le rapport de leurs aires est égal à $1,8^2 = 3,24$.

Problème **12 points**

Première partie

1. **a.** Compléter le tableau :

Nombre de séances	10	18	25
Dépense totale avec le tarif A	80	144	200
Dépense totale avec le tarif B	90	130	165
Dépense totale avec le tarif C	160	160	160

b. Pour 10 séances il est plus avantageux de choisir le tarif A.

2. **a.** $f(x) = 8x$.

b. $g(x) = 40 + 5x$.

c. $h(x) = 160$.

3. **a.** $5x + 40 \leqslant 8x$ d'où $40 \leqslant 3x$ ou $\dfrac{40}{3} \leqslant x$, donc $x \geqslant 13,333...$.

b. L'inéquation précédente peut s'écrire $g(x) \leqslant f(x)$, autrement dit « pour quels nombres de séances le tarif B est-il plus avantageux que le tarif A ? ».

La réponse est : à partir de 14 séances le tarif B est plus avantageux que le tarif A.

Deuxième partie

1. Voir ci-dessous.

2.

3. **a.** On trace la verticale contenant le point de coordonnées $(10\,;\,0)$; la première représentation rencontrée est celle de f.

b. On constate graphiquement que le tarif B et le tarif C reviennent au même pour 24 séances ; donc à partir de 25 séances le tarif C est le plus avantageux.

c. On tracez l'horizontale contenant le point de coordonnées $(0\,;\,130)$; la dernière courbe rencontrée est la représentation de g au point d'abscisse 18. Pour 130 € elle pourra avec le tarif B faire un maximum de 18 séances.

Troisième partie

Elle a donc fait 26 séances .

Avec le tarif A elle aurait payé : $26 \times 8 = 208$ €.

Avec le tarif B elle aurait payé : $40 + 26 \times 5 = 40 + 130 = 170$ €.

Avec le tarif C elle a payé 160 € : elle a quand même choisi la solution la moins onéreuse.