Diplôme national du brevet
Brevet des collèges — Amérique du Sud, novembre 2021

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE

Exercice 1 **24 points**

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : 72 est un multiple commun des nombres 12 et 18.
Affirmation 2 : pour tout nombre n, on a l'égalité suivante : $(n-5)^2 = n^2 - 5^2$.
On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 5$. **Affirmation 3** : l'antécédent de 6 par la fonction f est égal à $\frac{1}{2}$.
Voici les températures relevées en degré Celsius (noté °C) pendant six jours dans une même ville : 5 °C, 7 °C, 11 °C, 8 °C, 5 °C et 6 °C. **Affirmation 4** : la moyenne de ces six températures est égale à 6,5 °C.
Les points B, D et A sont alignés. Les points B, E et C sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en B. BA = 12 cm ; BC = 9 cm ; BD = 8 cm et BE = 6 cm. *La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.* **Affirmation 5** : la longueur AC est égale à 15 cm. **Affirmation 6** : les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

- $72 = 12 \times 6 = 18 \times 4$ donc 72 est un multiple commun à 12 et à 18.

Affirmation 1 vraie

- Pour $n = 10$, on a : $(n-5)^2 = (10-5)^2 = 25$ et $n^2 - 5^2 = 10^2 - 5^2 = 75$; donc $(n-5)^2 \neq n^2 - 5^2$.

Affirmation 2 fausse

- Pour déterminer les antécédents de 6 par f, on résout l'équation $f(x) = 6$:
  $f(x) = 6$ équivaut à $2x + 5 = 6$ équivaut à $2x = 1$ équivaut à $x = \frac{1}{2}$.
  Donc $\frac{1}{2}$ est l'antécédent de 6 par f.

Affirmation 3 vraie

- $\dfrac{5+7+11+8+4+6}{6} = \dfrac{42}{6} = 7 \neq 6,5$

Affirmation 4 fausse

- Le triangle ABC est rectangle en B donc, d'après le théorème de Pythagore :
  $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$ donc $AC = \sqrt{225} = 15$

Affirmation 5 vraie

- $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{BE}{BC} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$ donc $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC}$
  D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

Affirmation 6 vraie

Exercice 2 **19 points**

Une mère et sa fille rentrent chez elles à pied en empruntant le même trajet de 10 kilomètres. La mère décide de s'y rendre en marchant et sa fille en courant.
Le graphique ci-dessous modélise les parcours de la mère et de la fille depuis leur départ.

1. **a.** La droite représentant le trajet de la mère passe par le point de coordonnées $(2\ ;\ 10)$ donc le temps mis par la mère pour faire les 10 km pour rentrer chez elle est de 2 heures.
   b. La mère fait 10 km en 2 h donc sa vitesse moyenne est de $\dfrac{10}{2}$ soit 5 km/h.
   c. Le trajet de la mère est une droite passant par l'origine, donc la distance parcourue par la mère est proportionnelle au temps.
2. La fille est partie à 16 h et est arrivée chez elle à 17 h 50. Elle a fait une pause durant sa course.
   a. La durée de la pause de la fille est de 30 minutes.
   b. Le trajet de la fille peut être décomposé en 3 parties.
   - Les 15 premières minutes, elle parcourt 3 km, ce qui fait une vitesse de 12 km/h.
   - Les 30 minutes suivantes, elle fait une pause.
   - Elle parcourt 7 km dans la 3^{e} partie. Son trajet total se déroule de 16 h à 17 h 50, donc dure 1 h 50. La 3^{e} partie dure donc 1 h 05.
     En parcourant 7 km en 1 h 05, la vitesse est inférieure à 7 km/h donc inférieure à 12 km/h.

   La fille a donc couru plus vite avant sa pause qu'après.
3. Les graphiques représentant les deux trajets de la mère et de la fille se coupent en deux points, donc la mère et la fille se sont retrouvées deux fois au même endroit et au même moment, au cours de leur trajet.
4. Dans cette question, on note f la fonction qui, au temps de parcours x (exprimé en heure) de la mère depuis le départ, associe la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par la mère depuis le départ. Parmi les propositions suivantes, l'expression de $f(x)$ est :
   $$f(x) = \frac{1}{5}x \quad ; \quad \boxed{f(x) = 5x} \quad ; \quad f(x) = x + 5$$

Exercice 3 **23 points**

Un club de handball souhaite commander des maillots avec le nom du club inscrit dessus. À l'issue de sa commande, le club veut recevoir exactement 350 maillots.
Après quelques recherches, deux sites internet ont été sélectionnés :

- sur le site A : les maillots sont vendus à 12 € l'unité ;
- sur le site B : les maillots sont vendus à 13 € l'unité, avec la promotion :

« 10 maillots offerts pour 100 achetés ».

1. $12 \times 350 = 4\,200$ donc le montant, exprimé en euro, de la commande du club envisagée sur le site A est de 4 200.
2. Un tableur ci-dessous présente des exemples de dépenses en fonction du nombre de maillots payés sur le site B. Voici une copie d'écran de ce tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nombre de maillots payés	50	100	150	200	250	300	350	400
2	Nombre de maillots offerts	0	10	10	20	20	30	30	40
3	Nombre total de maillots reçus	50	110	160	220	270	330	380	440
4	Coût total (en €)	650	1 300	1 950	2 600	3 250	3 900	4 550	5 200

   a. À la lecture de ce tableur, le trésorier du club affirme que le montant de la commande sera compris entre 3 900 € et 4 550 €.
   La livraison de 330 maillots coûte 3 900 € et la livraison de 380 maillots coûte 4 550 € ; donc le montant de la commande de 350 maillots sera compris entre 3 900 € et 4 550 €.

   b. Sachant que les lignes 1 et 2 du tableur ont été complétées auparavant, la formule qu'on a saisie ensuite dans la cellule B3 avant de l'étirer jusqu'à la cellule I3, pour remplir la ligne 3 du tableur est : `= B1 + B2`

   c. Pour 650 €, on a 50 maillots. Pour le triple, c'est-à-dire 1 950 €, on a 160 maillots, soit plus du triple. Donc le coût total exprimé en euro n'est pas proportionnel au nombre de maillots reçus.

3. Pour recevoir exactement 350 maillots :
   - Sur le site A, la commande de 350 maillots coûte 4 200 €.
   - Sur le site B, comme on va commander entre 300 et 400 maillots, on aura 30 maillots offerts. Il en reste 320 à payer, ce qui va coûter 320×13 soit 4 160 €.

   Le club doit passer sa commande sur le site B pour recevoir exactement 350 maillots, tout en payant le moins cher.

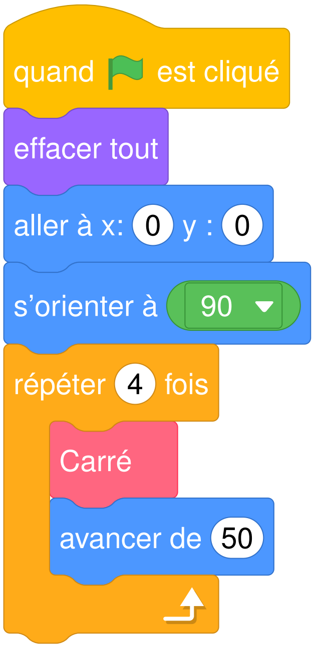
4. Le club souhaite que ces 350 maillots soient répartis entre des maillots noirs et des maillots rouges dans le ratio 5 : 2.
   $5 + 2 = 7$ et $\dfrac{350}{7} = 50$; $50 \times 5 = 250$ et $50 \times 2 = 100$
   Il faut donc commander 250 maillots noirs et 100 maillots rouges.

5. Le club a aussi commandé des gourdes. Les cartons reçus sont indiscernables tant par leurs dimensions que par leur forme. Il y a 4 cartons de gourdes blanches et 3 cartons de gourdes bleues. On ouvre un carton au hasard.
   Il y a 3 cartons de gourdes bleues sur un total de 7 donc la probabilité que le carton ouvert au hasard contienne des gourdes bleues est de $\dfrac{3}{7}$.

Exercice 4 **14 points**

On donne le programme suivant :

Script principal

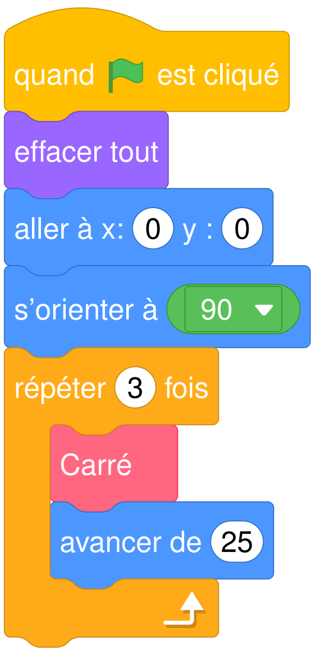


le bloc Carré

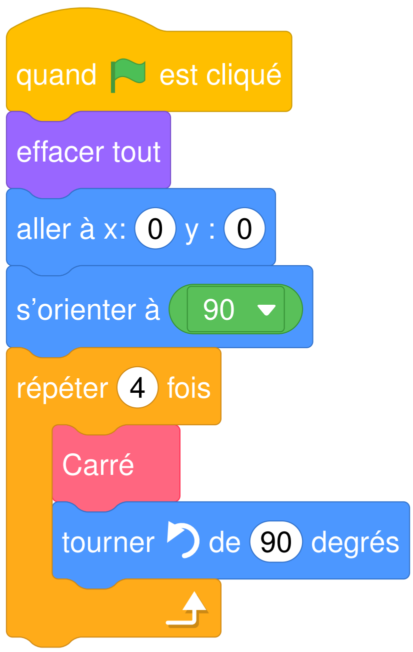
1. On lance le programme et on construit la figure obtenue (1 cm pour 25 unités de longueur).

On modifie le Script principal et on obtient deux scripts ci-dessous :

Script principal A



Script principal B



2. Parmi les trois figures ci-dessous, associer sur votre copie chacun des deux scripts principaux A et B à la figure qu'il permet de réaliser :

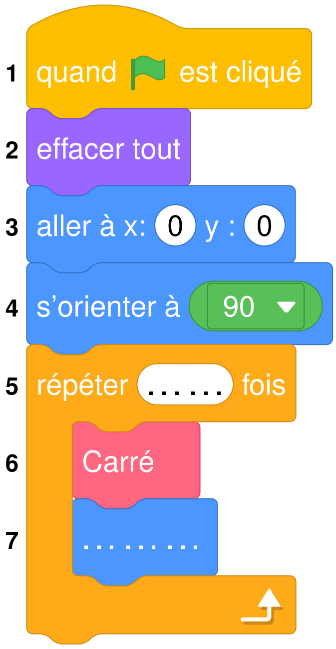
Figure 1 Figure 2 Figure 3

Script principal B Script principal A

Le point de départ se situe au centre de la figure.

3. On donne le nouveau script principal ci-dessous.

Numéros de ligne Script principal



le bloc Carré

On complète les lignes 5 et 7.

- Ligne 5 : « répéter 8 fois » (il y a 8 carrés tracés)
- Ligne 7 : « tourner de 45 degrés » (on passe d'un carré au suivant en effectuant une rotation d'angle 45° dont le centre est le centre de la figure)

Exercice 5 **20 points**

Une usine de fabrication de bougies reçoit des cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm. Ils sont disposés dans des cartons remplis (sans espace vide).

Informations sur les cartons :

Forme : pavé droit

Dimensions :
- largeur : 60 cm
- hauteur : 36 cm
- profondeur : 36 cm

(On ne tient pas compte de l'épaisseur des cartons)

Information sur la cire d'abeille :

Masse volumique : 0,95 g/cm^3

1. **a.** La largeur du carton est de 60 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{60}{6} = 10$ cubes dans la largeur.
   La profondeur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{36}{6} = 6$ cubes dans la profondeur.
   La hauteur du carton est de 36 cm, et chaque cube de cire a une arête de 6 cm ; on met donc $\dfrac{36}{6} = 6$ cubes dans la hauteur.
   On met donc $10 \times 6 \times 6 = 360$ cubes de cire dans un carton.

   b. Le volume de cire contenu dans un carton est en cm^3 : $60 \times 36 \times 36 = 77\,760$.
   La masse volumique de la cire est de $0,95$ g/cm^3 donc la masse de $77\,760$ cm^3 est en gramme de $77\,760 \times 0,95 = 73\,872$, c'est-à-dire en arrondissant à l'unité, 74 kg.

2. À l'usine, on découpe les cubes de cire d'abeille afin d'obtenir des cylindres de hauteur 6 cm et de diamètre 6 cm avec lesquels on fera des bougies en installant une mèche.

Cube de cire d'abeille Arête : 6 cm	Bougie cylindrique (sans sa mèche) Hauteur : 6 cm Diamètre : 6 cm

On ne tiendra pas compte de la masse, du volume et du prix de Ja mèche dans la suite de l'exercice.

   a. Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule : $V = \pi \times r^2 \times h$, donc le volume de la bougie est en cm^3 : $V = \pi \times 3^3 \times 6 \approx 169,65$, soit environ 170 cm^3.

   b. En découpant les cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm pour former des bougies cylindriques, la cire perdue est réutilisée pour former à nouveau d'autres cubes de cire d'abeille d'arête 6 cm.
   Le cube de cire a pour volume, en cm^3, $6 \times 6 \times 6 = 216$, et la bougie a pour volume 170 cm^3 ; à chaque découpe de cube, on récupère $216 - 170 = 46$ cm^3 de cire.
   $\dfrac{216}{46} \approx 4,7$ donc il faut découper 5 cubes pour pouvoir reconstituer un cube de cire d'abeille d'arête 6 cm, avec la cire perdue.

3. Un commerçant vend les bougies de cette usine au prix de $9,60$ € l'unité. Il les vend $20\,\%$ plus chères qu'il ne les achète à l'usine.

Ajouter $20\,\%$, c'est multiplier par $1+\dfrac{20}{100}=1,20$.

On cherche le prix auquel il faut rajouter $20\,\%$ pour obtenir $9,60$: c'est $\dfrac{9,60}{1,20}=8$.

Le commerçant paie à l'usine 8 € pour l'achat d'une bougie.