



Diplôme national du brevet  
Brevet des collèges — Métropole, septembre 2009

**CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE**

**ACTIVITÉS NUMÉRIQUES**

**12 points**

**Exercice 1**

$$\frac{1\,404}{3\,465} = \frac{3 \times 468}{3 \times 1\,155} = \frac{468}{1\,155}$$

Cette fraction n'est pas irréductible car les deux nombres 468 et 1 155 sont tous les deux divisibles par 3 :

$$\frac{468}{1\,155} = \frac{3 \times 156}{3 \times 385} = \frac{156}{385}$$

**Exercice 2**

Pour un tirage au hasard, on a placé dans une urne 25 boules de même taille, les unes blanches, les autres noires. La probabilité de tirer une boule blanche est 0,32.

S'il y avait autant de boules blanches que noires, la probabilité de tirer une boule blanche serait de 0,5 ; la probabilité de tirer une boule blanche est inférieure à 0,5 donc il y a moins de boules blanches que de boules noires dans l'urne.

**Exercice 3**

La recette pour fabriquer une boisson sucrée, demande de mélanger 3 doses de sirop avec 5 doses d'eau.

Sur un total de 8 doses, il y a 3 doses de sirop ; il faut donc  $\frac{3}{8}$  de sirop dans le mélange.

$\frac{3}{8} \times 6 = 2,25$  ; il faut donc 2,25 litres de sirop pour faire 6 litres de mélange.

**Exercice 4**

On propose deux programmes de calcul :

Programme A

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 3
- Ajouter 7

Programme B

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 5
- Retrancher 4
- Multiplier par 2

1. On choisit 3 comme nombre de départ.

On applique le programme B. Choisir un nombre : 3  
Multiplier ce nombre par 5 :  $3 \times 5 = 15$   
Retrancher 4 :  $15 - 4 = 11$   
Multiplier par 2 :  $11 \times 2 = 22$

Le résultat du programme B est 22.



2. On choisit  $(-2)$  comme nombre de départ.

On applique le programme A. Choisir un nombre :  $-2$   
Multiplier ce nombre par 3 :  $3 \times (-2) = -6$   
Ajouter 7 :  $-6 + 7 = 1$

Le résultat du programme A est 1.

3. a. On cherche le nombre de départ pour que le programme A donne pour résultat  $-2$ .

On effectue le programme A par la fin.

Quel nombre faut-il prendre pour qu'en ajoutant 7 on obtienne  $-2$ ?

Il suffit de soustraire 7 à  $-2$  donc c'est  $-9$ .

Quel nombre faut-il prendre pour qu'en multipliant par 3 on obtienne  $-9$ ?

Il suffit de diviser par 3 le nombre  $-9$  et on obtient  $-3$ .

En partant de  $-3$ , on obtient  $-2$  avec le programme A.

b. On cherche le nombre de départ pour que le programme B donne pour résultat 0.

On procède comme à la question précédente :

On choisit le nombre :  $0$

On divise par 2 :  $0/2 = 0$

On ajoute 4 :  $0 + 4 = 4$

On divise par 5 :  $4/5 = 0,8$

Pour obtenir 0 avec le programme B, il faut partir de 0,8.

4. On applique les programmes A et B à un nombre quelconque que l'on appelle  $x$ .

Programme A		Programme B	
Choisir un nombre :	$x$	Choisir un nombre :	$x$
Multiplier ce nombre par 3 :	$3x$	Multiplier ce nombre par 5 :	$5x$
Ajouter 7 :	$3x + 7$	Retrancher 4 :	$5x - 4$
		Multiplier par 2 :	$2(5x - 4)$

On veut obtenir le même résultat avec les deux programmes.

Il faut donc trouver  $x$  pour que  $3x + 7 = 2(5x - 4)$ .

$$\begin{aligned} \text{On résout l'équation :} \quad & 3x + 7 = 2(5x - 4) \\ & 3x + 7 = 10x - 8 \end{aligned}$$

$$\text{On retranche } 3x \text{ aux deux membres :} \quad 7 = 7x - 8$$

$$\text{On ajoute 8 aux deux membres :} \quad 15 = 7x$$

$$\text{On divise les deux membres par 7 :} \quad \frac{15}{7} = x$$

Le nombre que l'on doit choisir pour obtenir le même résultat avec les deux programmes est  $\frac{15}{7}$ .

*Vérification*

Programme A	Choisir un nombre :	$\frac{15}{7}$
	Multiplier ce nombre par 3 :	$3 \times \frac{15}{7} = \frac{45}{7}$
	Ajouter 7 :	$\frac{45}{7} + 7 = \frac{45}{7} + \frac{49}{7} = \frac{94}{7}$

Programme B	Choisir un nombre :	$\frac{15}{7}$
	Multiplier ce nombre par 5 :	$5 \times \frac{15}{7} = \frac{75}{7}$
	Retrancher 4 :	$\frac{75}{7} - 4 = \frac{75}{7} - \frac{28}{7} = \frac{47}{7}$
	Multiplier par 2 :	$2 \times \frac{47}{7} = \frac{94}{7}$



## ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

### Exercice 1

Données de la figure ci-contre :

- CDE est un triangle rectangle en C
- A appartient au segment [CD], B appartient au segment [CE] et la droite (AB) est parallèle à la droite (DE).
- Le point F est le milieu du segment [AC] et le point O est le milieu de [AB].
- Le point G est le symétrique de F par rapport à O.
- DE = 12 cm ; AB = 4,5 cm et AC = 1,8 cm

1. D'après le texte, G est le symétrique de F par rapport à O ; donc O est le milieu de [FG].

D'après le texte, on sait que O est le milieu de [AB].

Le quadrilatère AFBG a donc ses diagonales [FG] et [AB] qui ont le même milieu O, donc le quadrilatère AFBG est un parallélogramme.

2. Dans le triangle ABC, F est le milieu de [AC] et O est le milieu de [AB]. Donc, d'après le théorème des milieux, on peut dire que les droites (FO) et (CB) sont parallèles.

3. D'après le texte, on sait que A appartient au segment [CD], B appartient au segment [CE] et la droite (AB) est parallèle à la droite (DE)

On peut donc appliquer le théorème de Thalès aux triangles CDE et CAB :  $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$

On sait que AC = 1,8, DE = 12 et AB = 4,5.

Donc  $\frac{CD}{1,8} = \frac{12}{4,5}$  et donc  $CD = \frac{1,8 \times 12}{4,5} = 4,8$  cm

4. Dans le triangle ABC rectangle en C,  $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB}$ .

D'après le texte : AC = 1,8 et AB = 4,5 ; donc  $\cos \widehat{BAC} = \frac{1,8}{4,5}$

On trouve à la calculatrice :  $\widehat{BAC} \approx 66^\circ$

### Exercice 2

unit=1cm (5.5,6) (2.6,5)(2.55,0.85)  
(0.1,4.85)(2.6,0.6)(5.1,4.85) (2.6,5)(5.15,5)  
[linestyle=dashed](2.6,5)(2.6,0.6) [u](2.6,5)H  
[r](5.15,5)M [d](2.6,0.6)O

La figure ci-contre représente un cône de révolution d'axe (OH).

- OH = 5 cm
- l'angle  $\widehat{HOM}$  mesure  $30^\circ$ .

1. On dessine le triangle HOM en vraie grandeur ; voir ci-dessous.

2. On dessine la base du cône en vraie grandeur ; voir ci-dessous.

unit=1cm (-1,-1)(3,6) dotstyle=x,dotscale=1.5 [linewidth=0.8pt](0,5)(0.5,4.5) (0,0)(0,5)(2.89,5)  
(0,0)16090 [75](1;75)30° [d](0,0)O [ur](2.89,5)M [ul](0,5)H unit=1cm (-3,-3.5)(3,2.9)  
(0,0)2,89 dotstyle=x,dotscale=1.5 [showpoints=true](0,0)(2.89,0) [d](0,0)H [r](2.89,0)M

3. Le triangle OHM est rectangle en H donc  $\tan \widehat{HOM} = \frac{HM}{OH}$  donc  $HM = \tan \widehat{HOM} \times OH$



$\widehat{\text{HOM}} = 30^\circ$  donc  $\tan \widehat{\text{HOM}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; on sait que  $\text{OH} = 5$  cm.

On en déduit que  $\text{HM} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \approx 2,9$  cm.

4. On verse de l'eau dans le cône jusqu'au quart de sa hauteur.

On appelle  $h = \text{OH}$  la hauteur du cône et  $r = \text{HM}$  le rayon de sa base. Son volume est donné par la formule  $V = \frac{1}{3} \times$  aire de la base  $\times$  hauteur, autrement dit  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ .

```
unit=1cm      (-0.5,-1)(3,6)
dotstyle=x,dotscale=1.5 [li-
newwidth=0.8pt](0,5)(0.5,4.5)
(0,0)(0,5)(2.89,5)
[d](0,0)O      [ur](2.89,5)M
[ul](0,5)H      [show-
points,linewidth=red](0,1.25)(0.7225,1.25)
[dr](0.7225,1.25)M'
[l](0,1.25)H'
```

On appelle  $h' = \text{OH}'$  la hauteur de l'eau dans le cône et  $r' = \text{H}'\text{M}'$  le rayon de la base du cône formé par l'eau.

D'après le texte,  $h' = \frac{h}{4}$ . D'après le théorème de Thalès dans les triangles  $\text{OH}'\text{M}'$  et  $\text{OHM}$ , on peut dire que  $r' = \frac{r}{4}$ .

Le volume du cône formé par l'eau est

$$V' = \frac{1}{3} \pi r'^2 h' = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{4}\right)^2 \left(\frac{h}{4}\right) = \frac{1}{3} \pi \frac{r^2}{16} \times \frac{h}{4} = \frac{1}{3} \frac{\pi r^2 h}{64} = \frac{V}{64}$$

Donc  $\frac{V'}{V} = \frac{1}{64}$  ce qui fait  $\frac{100}{64} = 1,5625\%$

L'eau occupe donc 1,5625 % du volume total du cône.



## PROBLÈME

12 points

### Partie I : Format d'un rectangle

Sur la feuille annexe 1, cinq rectangles sont dessinés. Pour chacun, la longueur et la largeur sont indiquées. L'unité est le mm.

- On complète le tableau de la feuille annexe 2.
- Cette écriture irréductible de la fraction  $\frac{L}{\ell}$  obtenue pour chaque rectangle est appelée format du rectangle.
  - Les rectangles du tableau qui ont le même format que le 1 sont les rectangles 4 et 5.
  - Le rectangle du tableau qui a le même format que le rectangle 2 est le rectangle 3.
- Un rectangle est au format  $\frac{16}{9}$ .
  - La largeur de ce rectangle est 54 mm.  
Sa longueur  $L$  vérifie  $\frac{L}{54} = \frac{16}{9}$  donc  $L = \frac{54 \times 16}{9} = 96$  mm
  - Voir annexe 1.
  - Pour un rectangle de format  $\frac{16}{9}$ , on a  $\frac{L}{\ell} = \frac{16}{9}$  autrement dit :  $9L = 16\ell$

### Partie II : Étude graphique

À chaque rectangle de longueur  $L$  et de largeur  $\ell$ , on associe sur le graphique de la feuille annexe 2, le point de coordonnées  $(\ell ; L)$ .

Les points  $P_1$  et  $P_2$  correspondant aux deux premiers rectangles sont déjà placés.

- On place les trois autres points : voir annexe 2.
- Les points correspondant aux rectangles dont le format est  $\frac{16}{9}$  semblent appartenir à la droite  $(OP_1)$ .
- On considère un rectangle de largeur  $\ell$  et de longueur  $L$  dont le format est  $\frac{16}{9}$ .

On appelle  $M$  le point du graphique correspondant à ce rectangle.

Le point  $M$  a pour abscisse  $x_M$  qui est la largeur du rectangle, et pour ordonnée  $y_M$  qui en est sa longueur. Comme ce rectangle est de format  $\frac{16}{9}$ , on sait que  $\frac{y_M}{x_M} = \frac{16}{9}$  donc  $y_M = \frac{16}{9} x_M$ .

Le point  $M$  appartient donc à la droite représentant la fonction linéaire qui à  $x$  associe  $\frac{16}{9} x$ .

La droite  $(OP_1)$  passe par  $O$  donc elle est la représentation graphique d'une fonction linéaire qui à  $x$  associe  $m x$ . Elle passe par le point  $P_1$  de coordonnées  $(18, 32)$ ; donc l'image de 18 est 32 donc  $32 = m \times 18$  donc  $m = \frac{16}{9}$ .

Donc la droite  $(OP_1)$  est la représentation graphique de la fonction qui à  $x$  associe  $\frac{16}{9} x$ .

On a vu que le point  $M$  appartenait à cette droite donc  $M$  appartient à la droite  $(OP_1)$ .

### Partie III : Étude graphique : diagonale des rectangles

Les écrans de télévision sont des rectangles qui sont en général au format  $\frac{16}{9}$  ou  $\frac{4}{3}$ . Les fabricants indiquent souvent, comme caractéristique de la taille de l'écran, la longueur de sa diagonale.



1. Le rectangle 1 a pour dimensions 18 sur 32 ; on calcule sa diagonale en appliquant le théorème de Pythagore :  $18^2 + 32^2 = 324 + 1024 = 1348$  ; la diagonale mesure donc  $\sqrt{1348} \approx 37$  cm
2. Pour les écrans de télévision au format  $\frac{16}{9}$ , les fabricants considèrent que la longueur de la diagonale vaut approximativement le double de la largeur.

La diagonale d'un rectangle de dimensions  $L$  et  $\ell$  et de format  $\frac{16}{9}$  vaut :  $\Delta = \sqrt{L^2 + \ell^2}$

Mais  $\frac{L}{\ell} = \frac{16}{9}$  donc  $L = \frac{16}{9} \times \ell$

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{16}{9} \ell\right)^2 + \ell^2} = \sqrt{\frac{256}{81} \ell^2 + \ell^2} = \sqrt{\left(\frac{256}{81} + 1\right) \ell^2} = \sqrt{\frac{256 + 81}{81}} \times \sqrt{\ell^2} = \sqrt{\frac{337}{81}} \ell$$

Or  $\sqrt{\frac{337}{81}} \approx 2$  donc  $\Delta \approx 2\ell$ .

La diagonale du rectangle vaut approximativement le double de sa largeur.



---

## Annexe 1

### À rendre avec la copie

unit=0.6cm (16,18) (1.9,0)(15,7.3)[u](8.45,7.3)L = 128[r](15,3.65)l = 72(8.45,3.65)Rectangle 5  
(0,8.9)(6,13.5)[u](3.4,13.5)L = 60 [r](6,11.2)l = 45(3,11.2)Rectangle 3  
(8.3,8.7)(16.7,13.4)[u](12.5,13.4)L = 80 [r](16.7,11.05)l = 45(12.5,11.05)Rectangle 4  
(1,14.7)(4.3,16.6)[u](2.65,16.6)L = 32 [r](4.3,15.65)l = 18(2.65,15.65)Rectangle 1  
(10.6,14.5)(14.2,17.5)[u](12.4,17.5)L = 36 [r](14.2,16)l = 27(12.4,16)Rectangle 2

unit=1cm (-1,-1)(10,6) dotstyle=x,dotstyle=1.5 (0,0)(9.6,5.4) [u](4.8,5.4)L = 96 [r](9.6,2.7)l = 54



## Annexe 2

### À rendre avec la copie

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5
Longueur $L$	32	36	60	80	128
Largeur $\ell$	18	27	45	45	72
$\frac{L}{\ell}$ sous forme irréductible	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{60}{45} = \frac{4}{3}$	$\frac{80}{45} = \frac{16}{9}$	$\frac{128}{72} = \frac{16}{9}$

```

xunit=0.134cm,yunit=0.07cm (-6,-12)(84,146)
=0+243 [linewidth=0.2pt,linecolor=gray](,0)(,146) =0+109 [linewidth=1pt,linecolor=gray](,0)(,146)
=0+437 [linewidth=0.2pt,linecolor=gray](0,)(84,) =0+208 [linewidth=1pt,linecolor=gray](0,)(84,)
[linewidth=1.5pt](0,0)(81,144) 90(-8,70)Longueur  $L$  [d](40,-12)largeur  $\ell$ 
[dotstyle=*,dotscale=1.5](18,32)(27,36) [dr](18,32) $P_1$  [dr](27,36) $P_2$  [dr](0,0) $O$ 
[linewidth=1.5pt,Dx=10,Dy=20](0,0)(-6,-12)(84,146)
[dotstyle=*,dotscale=1.5,linecolor=red](45,60)(45,80)(72,128) [dr](45,60) $P_3$  [dr](45,80) $P_4$ 
[dr](72,128) $P_5$ 

```