site2wouf.fr

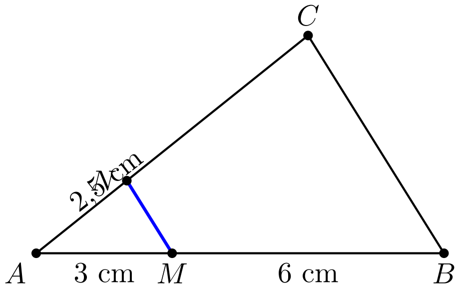
Mathématiques

3ème / Thalès – préparation au brevet

Sujet original de préparation au DNB. Compétences visées : reconnaître une configuration de Thalès, calculer une longueur, justifier un parallélisme par la réciproque, repérer une situation où le théorème ne s'applique pas et modéliser une situation géométrique.

Exercice 1

Dans la figure ci-dessous, les points A, M, B sont alignés, les points A, N, C sont alignés et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

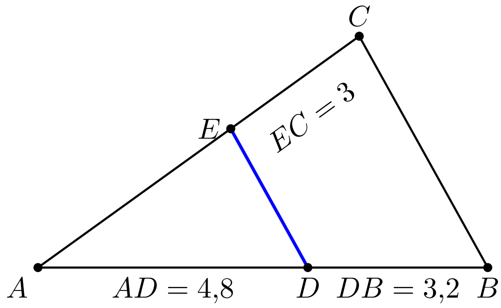


On donne $AM = 3$ cm, $MB = 6$ cm et $AN = 2{,}5$ cm.

1) Calculer la longueur AB.
2) Écrire les égalités de rapports données par le théorème de Thalès.
3) Calculer la longueur AC.
4) Calculer la longueur NC.

Exercice 2

Dans la figure suivante, les droites (DE) et (BC) sont parallèles.



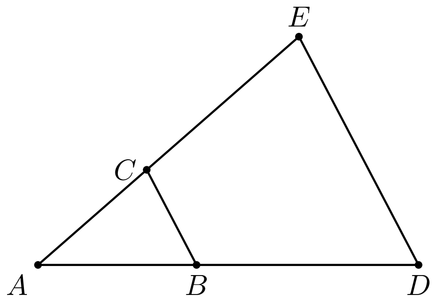
On donne $AD = 4{,}8$ cm, $DB = 3{,}2$ cm et $EC = 3$ cm.

1) Calculer AB.
2) Calculer AC.
3) En déduire AE.
4) Un élève affirme que $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$. Expliquer pourquoi cette égalité n'est pas celle du théorème de Thalès dans cette configuration.

Exercice 3

Les points A, B, D sont alignés dans cet ordre. Les points A, C, E sont alignés dans cet ordre. On donne :

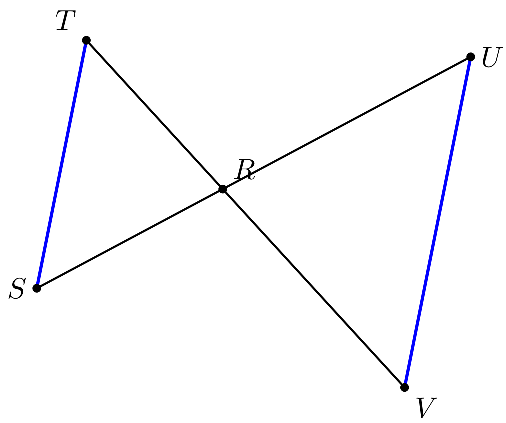
$$AB = 5 \text{ cm}, \quad AD = 12 \text{ cm}, \quad AC = 7 \text{ cm}, \quad AE = 16{,}8 \text{ cm}.$$



1) Calculer les rapports $\dfrac{AB}{AD}$ et $\dfrac{AC}{AE}$.
2) Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ? Justifier soigneusement.
3) Si $DE = 9{,}6$ cm, calculer BC.

Exercice 4

Sur la figure ci-dessous, les droites (ST) et (UV) se coupent en R. Les points S, R, U sont alignés et les points T, R, V sont alignés. Les droites (ST) et (UV) sont parallèles.

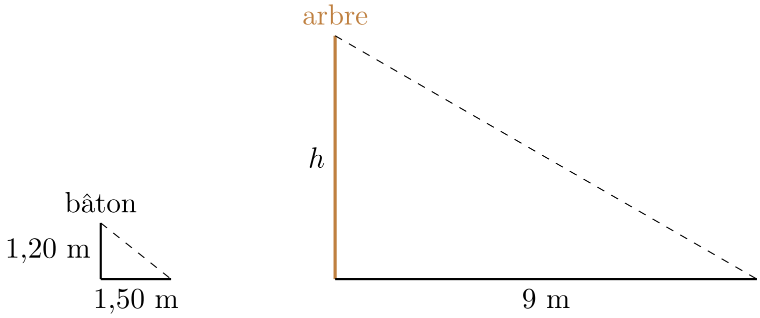


On donne $RS = 4{,}5$ cm, $RU = 6$ cm, $RT = 3$ cm et $ST = 5$ cm.

1) Expliquer pourquoi on peut appliquer le théorème de Thalès.
2) Calculer RV.
3) Calculer UV.

Exercice 5

Un collège souhaite mesurer la hauteur d'un arbre. Un bâton vertical de 1,20 m projette une ombre de 1,50 m. Au même moment, l'arbre projette une ombre de 9 m.



1) Expliquer pourquoi les deux triangles formés sont semblables.
2) Calculer la hauteur de l'arbre.
3) La méthode resterait-elle valable si les mesures étaient prises à deux moments différents de la journée ? Justifier.

Exercice 6

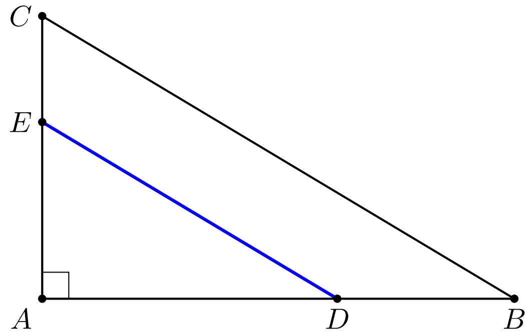
Dans un triangle ABC, les points M et N appartiennent respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AC]$. On donne :

$$AB = 10 \text{ cm}, \quad AC = 14 \text{ cm}, \quad AM = 6 \text{ cm}, \quad AN = 8 \text{ cm}.$$

1) Calculer $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$.
2) Peut-on conclure que les droites (MN) et (BC) sont parallèles ? Justifier.
3) Si un élève applique malgré tout le théorème de Thalès pour calculer MN, quelle erreur commet-il ?

Exercice 7

Une rampe d'accès est représentée par le triangle ABC rectangle en A. On place un point D sur $[AB]$ et un point E sur $[AC]$ tels que (DE) soit parallèle à (BC).



On donne $AB = 8$ m, $AC = 4{,}8$ m et $AD = 5$ m.

1) Calculer AE.
2) Calculer BC.
3) Calculer DE.
4) Interpréter la longueur DE dans cette situation.

Exercice 8

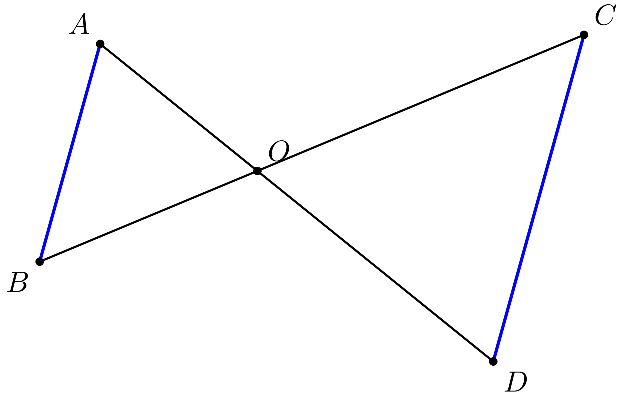
Deux triangles ABC et AMN ont le même sommet A. Les points A, M, B sont alignés et les points A, N, C sont alignés. On donne :

$$AM = 4 \text{ cm}, \quad AB = 9 \text{ cm}, \quad AN = 6 \text{ cm}, \quad AC = 13{,}5 \text{ cm}, \quad MN = 5 \text{ cm}.$$

1) Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
2) Calculer BC.
3) On agrandit la figure pour obtenir le triangle ABC à partir du triangle AMN. Quel est le coefficient d'agrandissement ?

Exercice 9

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) se coupent en O.



On donne $OA = 3$ cm, $OD = 4{,}5$ cm, $OB = 4$ cm et $AB = 5$ cm.

1) Calculer OC.
2) Calculer CD.
3) Le point O est-il le milieu de $[AD]$? Justifier.

Exercice 10

Dans un triangle ABC, D est un point de $[AB]$ et E est un point de $[AC]$. On donne :

$$AB = 7{,}5 \text{ cm}, \quad AC = 12 \text{ cm}, \quad AD = 4{,}5 \text{ cm}, \quad AE = 7{,}2 \text{ cm}.$$

1) Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
2) Si $BC = 8$ cm, calculer DE.
3) Calculer DB et EC.
4) Vérifier que $\dfrac{DB}{AB} = \dfrac{EC}{AC}$. Pourquoi cette égalité n'est-elle pas la forme habituelle utilisée pour appliquer la réciproque de Thalès ?

Fin du sujet

Correction

Exercice 1

1) $AB = AM + MB = 3 + 6 = 9$ cm.
2) Comme $(MN) \parallel (BC)$, on a $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$.
3) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$, donc $\dfrac{3}{9} = \dfrac{2{,}5}{AC}$. Ainsi $AC = 2{,}5 \times 3 = 7{,}5$ cm.
4) $NC = AC - AN = 7{,}5 - 2{,}5 = 5$ cm.

Exercice 2

1) $AB = AD + DB = 4{,}8 + 3{,}2 = 8$ cm.
2) Par Thalès, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$. Or $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{4{,}8}{8} = 0{,}6$. Donc $AE = 0{,}6AC$. Comme $EC = AC - AE = 3$, on a $AC - 0{,}6AC = 3$, soit $0{,}4AC = 3$, donc $AC = 7{,}5$ cm.
3) $AE = AC - EC = 7{,}5 - 3 = 4{,}5$ cm.
4) Thalès compare les longueurs mesurées depuis le même sommet A : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$. Le rapport $\dfrac{AD}{DB}$ utilise une partie du grand côté, pas le côté entier correspondant.

Exercice 3

1) $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{5}{12}$ et $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{7}{16{,}8} = \dfrac{70}{168} = \dfrac{5}{12}$.
2) Les points sont alignés dans le même ordre et les rapports sont égaux. D'après la réciproque du théorème de Thalès, (BC) et (DE) sont parallèles.
3) Par Thalès, $\dfrac{BC}{DE} = \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{5}{12}$. Donc $BC = 9{,}6 \times \dfrac{5}{12} = 4$ cm.

Exercice 4

1) Les points S, R, U sont alignés, les points T, R, V sont alignés et $(ST) \parallel (UV)$: on est dans une configuration de Thalès en papillon.
2) $\dfrac{RS}{RU} = \dfrac{RT}{RV} = \dfrac{ST}{UV}$. Donc $\dfrac{4{,}5}{6} = \dfrac{3}{RV}$, d'où $RV = \dfrac{3 \times 6}{4{,}5} = 4$ cm.
3) $\dfrac{4{,}5}{6} = \dfrac{5}{UV}$, donc $UV = \dfrac{5 \times 6}{4{,}5} = \dfrac{20}{3} \approx 6{,}7$ cm.

Exercice 5

1) Les deux objets sont verticaux, le sol est horizontal et les rayons du Soleil sont parallèles : les triangles formés ont les mêmes angles.
2) $\dfrac{h}{9} = \dfrac{1{,}20}{1{,}50}$. Donc $h = 9 \times \dfrac{1{,}20}{1{,}50} = 7{,}2$ m.
3) Non : l'inclinaison des rayons du Soleil change au cours de la journée, donc les triangles ne seraient plus dans les mêmes conditions.

Exercice 6

1) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{8}{14} = \dfrac{4}{7} \approx 0{,}57$.
2) Les rapports ne sont pas égaux, donc on ne peut pas conclure que (MN) et (BC) sont parallèles. Au contraire, la réciproque ne permet pas d'établir le parallélisme.
3) Il utilise Thalès sans avoir vérifié que les droites sont parallèles, condition indispensable pour appliquer le théorème.

Exercice 7

1) Comme $(DE) \parallel (BC)$, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$. Donc $\dfrac{5}{8} = \dfrac{AE}{4{,}8}$, d'où $AE = 4{,}8 \times \dfrac{5}{8} = 3$ m.
2) Le triangle ABC est rectangle en A, donc $BC = \sqrt{8^2 + 4{,}8^2} = \sqrt{87{,}04} \approx 9{,}3$ m.
3) $\dfrac{DE}{BC} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{5}{8}$. Donc $DE \approx 9{,}3 \times \dfrac{5}{8} \approx 5{,}8$ m.
4) DE représente la longueur de la section de rampe située à 5 m du départ, parallèle au bord extérieur BC.

Exercice 8

1) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{4}{9}$ et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{6}{13{,}5} = \dfrac{60}{135} = \dfrac{4}{9}$. Les points sont alignés dans le même ordre, donc $(MN) \parallel (BC)$ par la réciproque de Thalès.
2) $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{4}{9}$, donc $BC = 5 \times \dfrac{9}{4} = 11{,}25$ cm.
3) Le coefficient d'agrandissement est $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{9}{4} = 2{,}25$.

Exercice 9

1) Dans la configuration en papillon, $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OB}{OC}$. Donc $\dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{4}{OC}$, d'où $OC = 6$ cm.
2) $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{OA}{OD} = \dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{2}{3}$. Donc $CD = 5 \times \dfrac{3}{2} = 7{,}5$ cm.
3) Non, car $OA = 3$ cm et $OD = 4{,}5$ cm : O n'est pas à égale distance de A et de D.

Exercice 10

1) $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{4{,}5}{7{,}5} = 0{,}6$ et $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{7{,}2}{12} = 0{,}6$. Les points sont alignés dans le même ordre, donc $(DE) \parallel (BC)$.
2) $\dfrac{DE}{BC} = 0{,}6$, donc $DE = 8 \times 0{,}6 = 4{,}8$ cm.
3) $DB = AB - AD = 7{,}5 - 4{,}5 = 3$ cm et $EC = AC - AE = 12 - 7{,}2 = 4{,}8$ cm.
4) $\dfrac{DB}{AB} = \dfrac{3}{7{,}5} = 0{,}4$ et $\dfrac{EC}{AC} = \dfrac{4{,}8}{12} = 0{,}4$. Cette égalité est vraie ici, mais la forme habituelle de la réciproque de Thalès compare les longueurs issues du même sommet A : $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$.