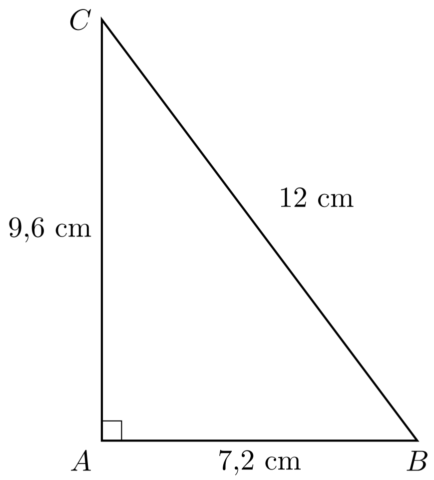
# Mathématiques

3ème / Trigonométrie – Prépa brevet

Sujet original inspiré d'exercices libres de type DNB proposés par l'APMEP, Sésamath et MathALÉA. Les questions ciblent les exigibles : identifier les côtés, utiliser sinus, cosinus, tangente dans un triangle rectangle, calculer une longueur ou un angle, arrondir correctement.

## Exercice 1

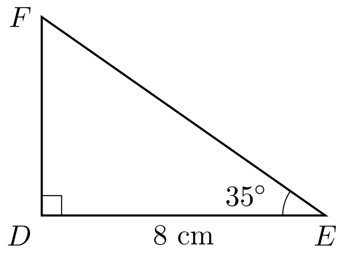
Le triangle $ABC$ est rectangle en $A$. On donne $AB = 7{,}2$ cm, $AC = 9{,}6$ cm et $BC = 12$ cm.




1) Par rapport à l'angle $\widehat{ABC}$, nommer le côté opposé, le côté adjacent et l'hypoténuse.
2) Écrire les valeurs de $\sin(\widehat{ABC})$, $\cos(\widehat{ABC})$ et $\tan(\widehat{ABC})$ sous forme de fractions.
3) Calculer une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ au degré près.

## Exercice 2

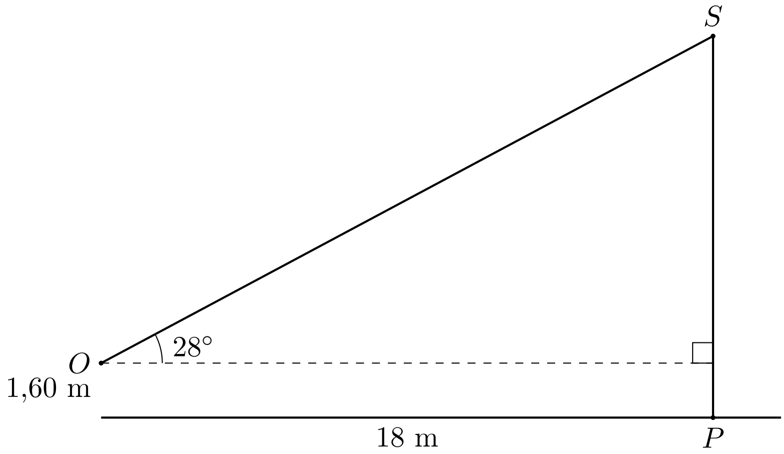
Dans le triangle $DEF$ rectangle en $D$, on connaît $DE = 8$ cm et $\widehat{DEF} = 35°$.




1) Quelle formule trigonométrique permet de calculer $DF$ ?
2) Calculer $DF$ au millimètre près.
3) Calculer $EF$ au millimètre près.

## Exercice 3

Un observateur situé au point $O$ regarde le sommet $S$ d'un arbre vertical. Ses yeux sont à 1,60 m du sol. La distance horizontale entre l'observateur et le pied $P$ de l'arbre est 18 m. L'angle de visée est 28°.




1) Dans le triangle rectangle utile, quelle longueur cherche-t-on d'abord ?
2) Calculer la hauteur de l'arbre au centimètre près.
3) Expliquer pourquoi il ne faut pas oublier les 1,60 m dans le résultat final.

## Exercice 4

Un plan incliné permet de monter de 0,90 m sur une longueur de rampe de 4,20 m. On note $\alpha$ l'angle formé par la rampe avec le sol horizontal.

1) Faire un schéma à main levée et placer l'angle $\alpha$.
2) Quelle formule trigonométrique permet de calculer $\alpha$ ?
3) Calculer $\alpha$ au degré près.
4) La pente est-elle inférieure à 15° ? Justifier.

## Exercice 5

Le triangle $MNP$ est rectangle en $N$. On donne $MN = 5{,}4$ cm et $NP = 7{,}2$ cm.

1) Calculer $MP$.
2) Calculer une mesure de l'angle $\widehat{NMP}$ au degré près.
3) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{MPN}$.

# Exercice 6

Sur une plage, un sauveteur observe un bateau depuis le haut d'une tour. Le point d'observation $T$ est situé à 12 m au-dessus du niveau de la mer. L'angle de dépression vers le bateau $B$ est 6°.

On modélise la situation par un triangle rectangle $TBH$ rectangle en $H$, où $H$ est le point de la mer situé verticalement sous $T$.

1) Faire un schéma de la situation.
2) Expliquer pourquoi l'angle $\widehat{TBH}$ mesure 84°.
3) Calculer la distance horizontale $BH$ entre le bateau et le pied de la tour, au mètre près.
4) Calculer la distance $TB$ entre le sauveteur et le bateau, au mètre près.

*Fin du sujet*

# Correction

## Exercice 1

1) Par rapport à $\widehat{ABC}$, le côté opposé est $AC$, le côté adjacent est $AB$ et l'hypoténuse est $BC$.
2) $\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{9{,}6}{12} = 0{,}8$ ; $\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{7{,}2}{12} = 0{,}6$ ; $\tan(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{9{,}6}{7{,}2} = \dfrac{4}{3}$.
3) $\widehat{ABC} \approx 53°$.

## Exercice 2

1) Par rapport à l'angle $\widehat{DEF}$, $DF$ est le côté opposé et $DE$ est le côté adjacent. On utilise donc la tangente : $\tan(35°) = \dfrac{DF}{DE}$.
2) $DF = 8 \times \tan(35°) \approx 5{,}6$ cm.
3) $\cos(35°) = \dfrac{DE}{EF}$, donc $EF = \dfrac{8}{\cos(35°)} \approx 9{,}8$ cm.

## Exercice 3

1) On cherche d'abord la différence de hauteur entre les yeux de l'observateur et le sommet de l'arbre.
2) Si $h$ est cette différence de hauteur, alors $\tan(28°) = \dfrac{h}{18}$, donc $h = 18 \times \tan(28°) \approx 9{,}57$ m. La hauteur de l'arbre est donc $9{,}57 + 1{,}60 = 11{,}17$ m.
3) L'angle de visée part des yeux de l'observateur, qui sont déjà à 1,60 m du sol.

## Exercice 4

1) Le triangle rectangle a pour hypoténuse la rampe de 4,20 m et pour côté opposé à $\alpha$ la hauteur 0,90 m.
2) On utilise le sinus : $\sin(\alpha) = \dfrac{0{,}90}{4{,}20}$.
3) $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{0{,}90}{4{,}20}\right) \approx 12°$.
4) Oui, car $12° < 15°$.

## Exercice 5

1) D'après Pythagore, $MP^2 = MN^2 + NP^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2 = 81$, donc $MP = 9$ cm.
2) Par rapport à $\widehat{NMP}$, le côté opposé est $NP$ et l'hypoténuse est $MP$. Donc $\sin(\widehat{NMP}) = \dfrac{7{,}2}{9} = 0{,}8$, d'où $\widehat{NMP} \approx 53°$.
3) Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires, donc $\widehat{MPN} \approx 90° - 53° = 37°$.

## Exercice 6

1) Le triangle $TBH$ est rectangle en $H$, avec $TH = 12$ m et $BH$ horizontal.
2) L'angle de dépression est égal à l'angle formé avec l'horizontale. Comme $TH$ est vertical, l'angle aigu au bateau vaut $90° - 6° = 84°$.

3) Par rapport à l'angle de $6°$ au point $T$ avec l'horizontale, $\tan(6°) = \dfrac{TH}{BH}$, donc $BH = \dfrac{12}{\tan(6°)} \approx 114$ m.
4) $\sin(6°) = \dfrac{TH}{TB}$, donc $TB = \dfrac{12}{\sin(6°)} \approx 115$ m.