Sujet original de préparation au DNB. Compétences visées : reconnaître des solides, utiliser les formules de volumes, calculer des aires, exploiter Pythagore dans l'espace, étudier des sections, des patrons, des agrandissements-réductions et résoudre des problèmes contextualisés.

Exercice 1 – Reconnaître des solides

Compléter le tableau suivant.

Solide	Nombre de faces	Nature des faces latérales	Formule du volume
Cube			
Pavé droit			
Prisme droit			
Cylindre			
Pyramide			
Cône			

1) Donner un exemple d'objet de la vie courante ayant la forme d'un cylindre.
2) Donner un exemple d'objet ayant la forme d'une pyramide ou d'un cône.

Exercice 2 – Cube et pavé droit

Un cube a une arête de 6 cm.

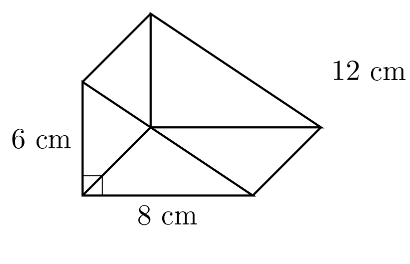
1) Calculer son volume.
2) Calculer l'aire totale de ses faces.
3) Calculer la longueur d'une diagonale d'une face.

Un pavé droit a pour dimensions 8 cm, 5 cm et 3 cm.

4) Calculer son volume.
5) Calculer l'aire de la face de dimensions 8 cm et 5 cm.
6) Calculer la diagonale de cette face.

Exercice 3 – Prisme droit

Un prisme droit a pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm. La hauteur du prisme est 12 cm.



1) Calculer l'aire de la base triangulaire.
2) Calculer le volume du prisme.
3) Calculer l'hypoténuse de la base triangulaire.
4) Combien de faces possède ce prisme ?

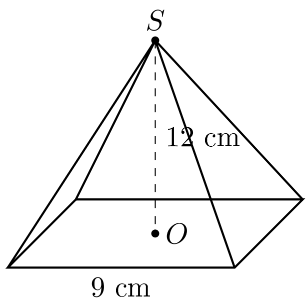
Exercice 4 – Cylindre

Un cylindre de révolution a un rayon de base 4 cm et une hauteur de 10 cm.

1) Calculer l'aire de sa base, en fonction de π.
2) Calculer son volume, en fonction de π.
3) Donner une valeur approchée du volume au cm^3 près.
4) Si on double la hauteur sans changer le rayon, par combien le volume est-il multiplié ?
5) Si on double le rayon sans changer la hauteur, par combien le volume est-il multiplié ?

Exercice 5 – Pyramide

Une pyramide a pour base un carré de côté 9 cm. Sa hauteur mesure 12 cm.



1) Calculer l'aire de la base.
2) Calculer le volume de la pyramide.
3) On coupe cette pyramide par un plan parallèle à la base. Quelle est la nature de la section obtenue ?
4) Si la pyramide est réduite avec un coefficient $\frac{1}{3}$, par quel nombre le volume est-il multiplié ?

Exercice 6 – Cône de révolution

Un cône de révolution a un rayon de base 5 cm et une hauteur 12 cm.

1) Calculer son volume exact en fonction de π.
2) Donner une valeur approchée au cm^3 près.
3) Calculer la longueur de la génératrice du cône.
4) On remplit le cône d'eau aux deux tiers de sa hauteur. Peut-on dire que le volume d'eau est les deux tiers du volume total ? Justifier.

Exercice 7 – Sections de solides

Répondre aux questions suivantes.

1) Quelle est la nature de la section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ?
2) Quelle est la nature de la section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base ?
3) Quelle est la nature de la section d'un cône par un plan parallèle à sa base ?
4) Quelle est la nature de la section d'une sphère par un plan ?
5) On coupe un cube de côté 10 cm par un plan parallèle à une face, à mi-hauteur. Quelle est l'aire de la section ?

Exercice 8 – Patron et aire

Une boîte sans couvercle a la forme d'un pavé droit de longueur 12 cm, largeur 8 cm et hauteur 5 cm.

1) Combien de faces possède la boîte sans couvercle ?
2) Calculer l'aire de la base.
3) Calculer l'aire des quatre faces latérales.
4) Calculer l'aire totale de carton nécessaire pour fabriquer cette boîte sans couvercle.
5) Si on ajoute un couvercle, quelle aire de carton faut-il ajouter ?

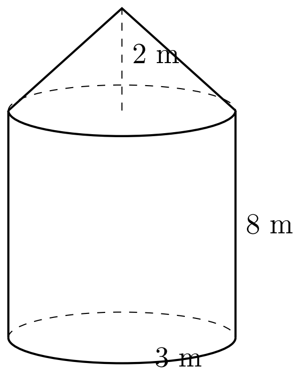
Exercice 9 – Sphère et boule

On considère une boule de rayon 6 cm.

1) Rappeler la formule du volume d'une boule de rayon r.
2) Calculer le volume exact de cette boule en fonction de π.
3) Donner une valeur approchée au cm^3 près.
4) Rappeler la formule de l'aire d'une sphère de rayon r.
5) Calculer l'aire de la sphère correspondante en fonction de π.

Exercice 10 – Type brevet : silo à grains

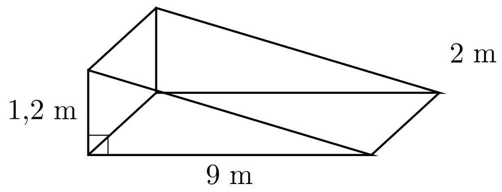
Un silo est composé d'un cylindre surmonté d'un cône. Le cylindre a un rayon de 3 m et une hauteur de 8 m. Le cône a le même rayon de base et une hauteur de 2 m.



1) Calculer le volume du cylindre en fonction de π.
2) Calculer le volume du cône en fonction de π.
3) Calculer le volume total du silo en fonction de π.
4) Donner une valeur approchée du volume total au m^3 près.
5) Un mètre cube de grains pèse environ 0,75 tonne. Quelle masse de grains peut contenir le silo, au dixième de tonne près ?

Exercice 11 – Synthèse DNB

Une rampe est modélisée par un prisme droit dont la base est un triangle rectangle ABC rectangle en A. On donne $AB = 9$ m, $AC = 1{,}2$ m et la largeur de la rampe est 2 m.



1) Calculer la longueur BC, arrondie au centimètre près.
2) Calculer l'aire de la base triangulaire ABC.
3) Calculer le volume du prisme représentant la rampe.
4) La rampe est remplie de béton. Un mètre cube de béton coûte 135 euros. Calculer le coût du béton.
5) Pour des raisons de sécurité, la pente ne doit pas dépasser 15%. La pente est donnée par $\dfrac{AC}{AB} \times 100$. La rampe respecte-t-elle la condition ?

Fin du sujet

Correction

Exercice 1

1) Le cube a 6 faces carrées et son volume vaut c^3.
2) Le pavé droit a 6 faces rectangulaires et son volume vaut $L \times l \times h$.
3) Le prisme droit a deux bases parallèles superposables et des faces latérales rectangulaires ; son volume vaut aire de base $\times$ hauteur.
4) Le cylindre a deux bases circulaires et une surface latérale courbe ; son volume vaut $\pi r^2 h$.
5) La pyramide a une base et des faces latérales triangulaires ; son volume vaut $\dfrac{\text{aire de base} \times h}{3}$.
6) Le cône a une base circulaire et une surface latérale courbe ; son volume vaut $\dfrac{\pi r^2 h}{3}$.
7) Une boîte de conserve est un exemple de cylindre.
8) Un cornet de glace est un exemple de cône.

Exercice 2

1) Le volume du cube est $6^3 = 216$ cm^3.
2) L'aire totale est $6 \times 6^2 = 216$ cm^2.
3) La diagonale d'une face vaut $\sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \approx 8{,}5$ cm.
4) Le volume du pavé droit est $8 \times 5 \times 3 = 120$ cm^3.
5) L'aire de la face est $8 \times 5 = 40$ cm^2.
6) Sa diagonale vaut $\sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89} \approx 9{,}4$ cm.

Exercice 3

1) L'aire de la base vaut $\dfrac{6 \times 8}{2} = 24$ cm^2.
2) Le volume vaut $24 \times 12 = 288$ cm^3.
3) L'hypoténuse vaut $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm.
4) Le prisme possède 5 faces : 2 bases triangulaires et 3 faces latérales rectangulaires.

Exercice 4

1) L'aire de la base est $\pi \times 4^2 = 16\pi$ cm^2.
2) Le volume vaut $16\pi \times 10 = 160\pi$ cm^3.
3) $160\pi \approx 503$ cm^3.
4) Si on double la hauteur, le volume est multiplié par 2.
5) Si on double le rayon, l'aire de base est multipliée par 4, donc le volume aussi.

Exercice 5

1) L'aire de la base vaut $9^2 = 81$ cm^2.
2) Le volume vaut $\dfrac{81 \times 12}{3} = 324$ cm^3.
3) La section par un plan parallèle à la base est un carré.
4) Le volume est multiplié par $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$.

Exercice 6

1) Le volume vaut $\dfrac{\pi \times 5^2 \times 12}{3} = 100\pi$ cm^3.
2) $100\pi \approx 314$ cm^3.
3) La génératrice vaut $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ cm.
4) Non. Si la hauteur est réduite avec le même cône, le coefficient est $\dfrac{2}{3}$, donc le volume est multiplié par $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$, pas par $\dfrac{2}{3}$.

Exercice 7

1) La section est un rectangle de mêmes dimensions que la face parallèle.
2) La section est un disque.
3) La section est un disque.
4) La section d'une sphère par un plan est un cercle, ou un point dans le cas tangent.
5) La section est un carré de côté 10 cm, donc son aire vaut 100 cm^2.

Exercice 8

1) La boîte sans couvercle possède 5 faces.
2) L'aire de la base vaut $12 \times 8 = 96$ cm^2.
3) Les faces latérales ont pour aire totale $2 \times (12 \times 5) + 2 \times (8 \times 5) = 120 + 80 = 200$ cm^2.
4) L'aire totale nécessaire est $96 + 200 = 296$ cm^2.
5) Il faut ajouter 96 cm^2 pour le couvercle.

Exercice 9

1) Le volume d'une boule est $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.
2) $V = \dfrac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi$ cm^3.
3) $288\pi \approx 905$ cm^3.
4) L'aire d'une sphère est $4\pi r^2$.
5) L'aire vaut $4\pi \times 6^2 = 144\pi$ cm^2.

Exercice 10

1) Le volume du cylindre vaut $\pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi$ m^3.
2) Le volume du cône vaut $\dfrac{\pi \times 3^2 \times 2}{3} = 6\pi$ m^3.
3) Le volume total vaut 78π m^3.
4) $78\pi \approx 245$ m^3.
5) La masse vaut environ $245 \times 0{,}75 = 183{,}75$, soit 183,8 tonnes.

Exercice 11

1) $BC = \sqrt{9^2 + 1{,}2^2} = \sqrt{82{,}44} \approx 9{,}08$ m.
2) L'aire de la base vaut $\dfrac{9 \times 1{,}2}{2} = 5{,}4$ m^2.
3) Le volume vaut $5{,}4 \times 2 = 10{,}8$ m^3.
4) Le coût vaut $10{,}8 \times 135 = 1\,458$ euros.
5) La pente vaut $\dfrac{1{,}2}{9} \times 100 \approx 13{,}3\%$. Elle respecte donc la condition.