



Sujet original de préparation progressive. Compétences visées : reconnaître un axe de symétrie, construire l'image d'un point ou d'une figure, utiliser les propriétés de la médiatrice, lire des coordonnées après symétrie, calculer des longueurs conservées et résoudre des questions de type brevet.

Exercice 1 – Reconnaître des axes

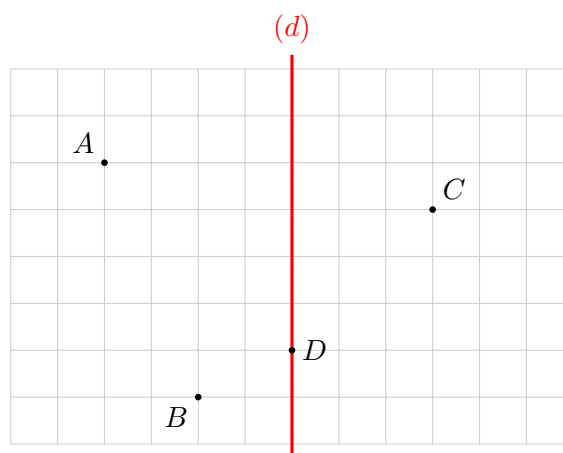
Pour chaque figure usuelle ci-dessous, indiquer le nombre d'axes de symétrie.

Figure	Rectangle non carré	Carré	Triangle équilatéral	Cercle
Nombre d'axes				

- 1) Un parallélogramme quelconque a-t-il toujours un axe de symétrie ?
- 2) Un losange non carré a-t-il des axes de symétrie ? Si oui, lesquels ?
- 3) Un triangle isocèle non équilatéral a-t-il un axe de symétrie ? Le décrire.

Exercice 2 – Construire l'image d'un point

Sur le quadrillage ci-dessous, la droite (d) est l'axe de symétrie. On a placé les points A , B , C et D .

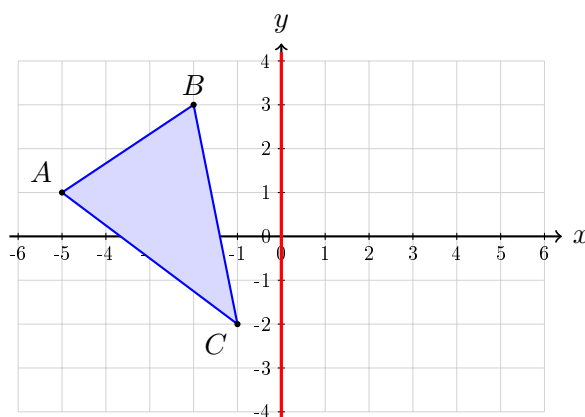


- 1) Construire mentalement les images A' , B' , C' et D' par la symétrie axiale d'axe (d) .
- 2) Donner leurs coordonnées dans le repère du quadrillage.
- 3) Quel point est son propre symétrique ? Expliquer pourquoi.



Exercice 3 – Image d'une figure

On considère le triangle ABC avec $A(-5; 1)$, $B(-2; 3)$ et $C(-1; -2)$. On effectue la symétrie axiale d'axe l'axe des ordonnées.



- 1) Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
- 2) Calculer la longueur AB .
- 3) Que vaut la longueur $A'B'$? Justifier sans recalculer.
- 4) Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont-ils la même aire? Justifier.

Exercice 4 – Axe horizontal

Dans un repère orthonormé, on donne les points

$$M(-4; 3), \quad N(2; 1), \quad P(5; -2), \quad Q(-1; 0).$$

On effectue la symétrie axiale d'axe l'axe des abscisses.

- 1) Donner les coordonnées de M' , N' , P' et Q' .
- 2) Que remarquer pour le point Q ?
- 3) Donner une règle générale : si un point a pour coordonnées $(x; y)$, quelles sont les coordonnées de son image par symétrie d'axe l'axe des abscisses?
- 4) Donner la règle analogue pour la symétrie d'axe l'axe des ordonnées.



Exercice 5 – Médiatrice et symétrie

Les points A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d) . On sait que $AA' = 8$ cm.

- 1) Que représente la droite (d) pour le segment $[AA']$?
- 2) Si I est le point d'intersection de (d) et de $[AA']$, calculer AI et IA' .
- 3) Quelle est la position de (d) par rapport à $[AA']$?
- 4) Un point M appartient à (d) . Comparer les longueurs MA et MA' . Justifier.

Exercice 6 – Retrouver l'axe de symétrie

Dans un repère, on donne deux points $E(-3; 2)$ et $E'(5; 2)$.

- 1) Calculer les coordonnées du milieu I de $[EE']$.
- 2) Quelle est la droite qui peut être l'axe de symétrie envoyant E sur E' ? Donner son équation.
- 3) Vérifier que cette droite est perpendiculaire au segment $[EE']$.

On donne maintenant $F(1; -4)$ et $F'(1; 6)$.

- 4) Calculer le milieu de $[FF']$.
- 5) Donner l'équation de l'axe de symétrie envoyant F sur F' .



Exercice 7 – Programme de construction

Voici un programme de construction.

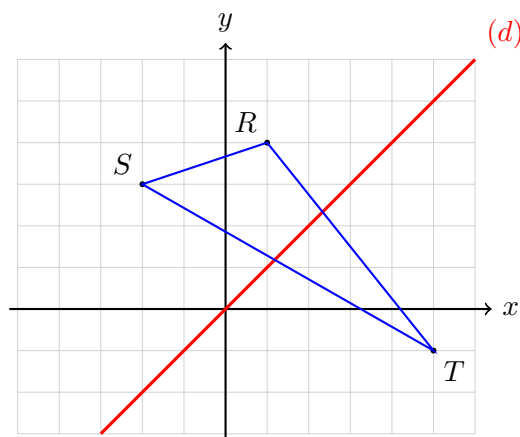
- 1) Tracer un segment $[AB]$ de longueur 6 cm.
- 2) Tracer une droite (d) qui ne coupe pas le segment $[AB]$.
- 3) Construire A' et B' , images de A et B par la symétrie axiale d'axe (d) .
- 4) Tracer le quadrilatère $ABB'A'$.

Répondre aux questions suivantes.

- 1) Quelle est la longueur $A'B'$? Justifier.
- 2) Les segments $[AA']$ et $[BB']$ sont-ils perpendiculaires à (d) ?
- 3) Le quadrilatère $ABB'A'$ est-il toujours un rectangle? Justifier par un contre-exemple ou une explication.

Exercice 8 – Figure avec axe oblique

Dans la figure ci-dessous, l'axe de symétrie est la droite (d) d'équation $y = x$. On donne $R(1; 4)$, $S(-2; 3)$ et $T(5; -1)$.



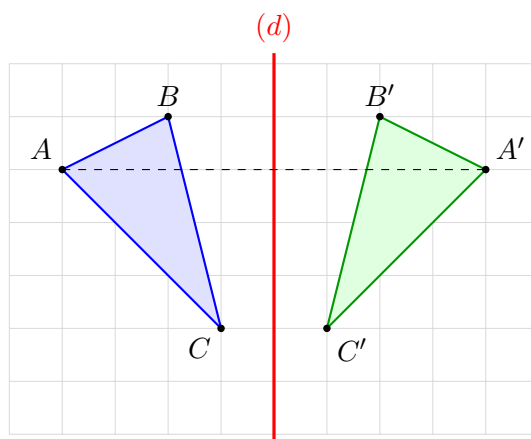
Pour une symétrie d'axe $y = x$, l'image d'un point $(x; y)$ est le point $(y; x)$.

- 1) Donner les coordonnées de R' , S' et T' .
- 2) Le point $U(3; 3)$ change-t-il par cette symétrie? Justifier.
- 3) Calculer la longueur RS puis donner la longueur $R'S'$.



Exercice 9 – Type brevet : logo

Un logo est formé d'un triangle ABC et de son image $A'B'C'$ par une symétrie axiale. On sait que l'axe de symétrie est la droite (d) et que A a pour image A' .



- 1) Quelle est la nature de la droite (d) par rapport au segment $[AA']$?
- 2) Si $AA' = 8$ cm sur le dessin à l'échelle, quelle est la distance de A à l'axe (d) ?
- 3) Si $AB = 3,5$ cm et $BC = 4,2$ cm, donner $A'B'$ et $B'C'$.
- 4) Les deux triangles ont-ils le même périmètre ? Justifier.
- 5) L'orientation des sommets est-elle conservée par une symétrie axiale ?

Exercice 10 – Synthèse DNB

Dans un repère orthonormé, on considère les points

$$A(-6; 1), \quad B(-2; 4), \quad C(-1; -2).$$

On note $A'B'C'$ l'image du triangle ABC par la symétrie axiale d'axe l'axe des ordonnées.

- 1) Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
- 2) Montrer que $AB = 5$.
- 3) En déduire $A'B'$.
- 4) Calculer l'aire du triangle ABC en utilisant la formule de la base et de la hauteur ou une autre méthode.
- 5) Quelle est l'aire du triangle $A'B'C'$? Justifier.
- 6) On effectue ensuite une translation de vecteur $(2; -1)$ sur $A'B'C'$. Donner les coordonnées de l'image de B' par cette translation.



Correction

Exercice 1

- 1) Le rectangle non carré a 2 axes, le carré en a 4, le triangle équilatéral en a 3 et le cercle en a une infinité.
- 2) Non, un parallélogramme quelconque n'a pas d'axe de symétrie (sauf cas particuliers : rectangle, losange, carré).
- 3) Oui. Un losange non carré a 2 axes de symétrie : ses diagonales.
- 4) Oui. Un triangle isocèle non équilatéral a un axe : la droite passant par le sommet principal et le milieu de la base.

Exercice 2

- 1) L'axe (d) est vertical : on reporte chaque point à la même distance de l'autre côté de l'axe.
- 2) $A'(4; 2)$, $B'(2; -3)$, $C'(-3; 1)$ et $D'(0; -2)$.
- 3) D est son propre symétrique car il appartient à l'axe de symétrie.

Exercice 3

- 1) Par symétrie d'axe l'axe des ordonnées, l'abscisse change de signe et l'ordonnée reste la même : $A'(5; 1)$, $B'(2; 3)$ et $C'(1; -2)$.
- 2) $AB = \sqrt{(-2 + 5)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.
- 3) $A'B' = \sqrt{13}$ car une symétrie axiale conserve les longueurs.
- 4) Oui, ils ont la même aire car une symétrie axiale conserve les longueurs et les aires.

Exercice 4

- 1) $M'(-4; -3)$, $N'(2; -1)$, $P'(5; 2)$ et $Q'(-1; 0)$.
- 2) Q ne change pas car il appartient à l'axe des abscisses.
- 3) L'image de $(x; y)$ par symétrie d'axe l'axe des abscisses est $(x; -y)$.
- 4) L'image de $(x; y)$ par symétrie d'axe l'axe des ordonnées est $(-x; y)$.

Exercice 5

- 1) La droite (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.
- 2) Comme (d) coupe $[AA']$ en son milieu, $AI = IA' = 4$ cm.
- 3) La droite (d) est perpendiculaire au segment $[AA']$.
- 4) $MA = MA'$ car tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités du segment.

Exercice 6

- 1) Le milieu de $[EE']$ est $I(1; 2)$.
- 2) L'axe est la médiatrice de $[EE']$. Comme $[EE']$ est horizontal, l'axe est la droite verticale d'équation $x = 1$.
- 3) Une droite verticale est perpendiculaire à un segment horizontal, donc l'axe est bien perpendiculaire à $[EE']$.
- 4) Le milieu de $[FF']$ est $(1; 1)$.
- 5) Comme $[FF']$ est vertical, l'axe est la droite horizontale d'équation $y = 1$.



Exercice 7

- 1) $A'B' = AB = 6$ cm car une symétrie axiale conserve les longueurs.
- 2) Oui. Pour tout point et son image, le segment qui les relie est perpendiculaire à l'axe de symétrie.
- 3) Non, pas toujours. Le quadrilatère dépend de la position du segment $[AB]$ par rapport à l'axe. Il n'est rectangle que dans des cas particuliers ; en général, les côtés $[AB]$ et $[B'A']$ sont parallèles mais les autres côtés ne sont pas forcément perpendiculaires à $[AB]$.

Exercice 8

- 1) On échange les coordonnées : $R'(4; 1)$, $S'(3; -2)$ et $T'(-1; 5)$.
- 2) Oui. $U(3; 3)$ appartient à la droite $y = x$, donc il est invariant.
- 3) $RS = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{10}$. Donc $R'S' = \sqrt{10}$ car la symétrie conserve les longueurs.

Exercice 9

- 1) La droite (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.
- 2) La distance de A à l'axe est la moitié de AA' , donc 4 cm.
- 3) $A'B' = AB = 3,5$ cm et $B'C' = BC = 4,2$ cm.
- 4) Oui, les périmètres sont égaux car toutes les longueurs sont conservées par symétrie axiale.
- 5) Non. Une symétrie axiale inverse l'orientation de la figure.

Exercice 10

- 1) $A'(6; 1)$, $B'(2; 4)$ et $C'(1; -2)$.
- 2) $AB = \sqrt{(-2 + 6)^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.
- 3) $A'B' = 5$ car la symétrie axiale conserve les longueurs.
- 4) On inscrit le triangle dans le rectangle $[-6; -1] \times [-2; 4]$, d'aire $5 \times 6 = 30$. On enlève les trois triangles rectangles extérieurs :
 - coin supérieur gauche (A, B) : $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$,
 - coin inférieur droit (B, C) : $\frac{1}{2} \times 1 \times 6 = 3$,
 - coin inférieur gauche (A, C) : $\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7,5$.Donc $\mathcal{A} = 30 - 6 - 3 - 7,5 = 13,5$ unités d'aire.
- 5) L'aire de $A'B'C'$ est aussi 13,5 unités d'aire car une symétrie axiale conserve les aires.
- 6) $B'(2; 4)$ devient $(2 + 2; 4 - 1)$, donc $(4; 3)$.