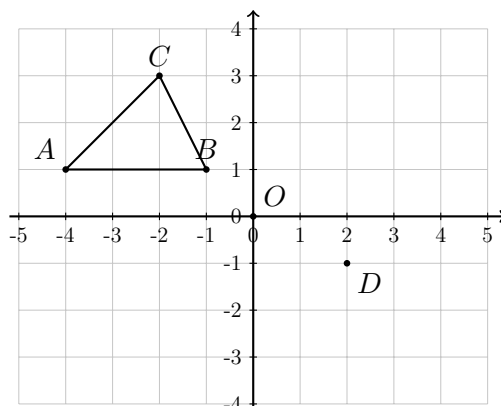




Sujet original inspiré d'exercices libres de type DNB proposés par l'APMEP et Sésamath.

Exercice 1

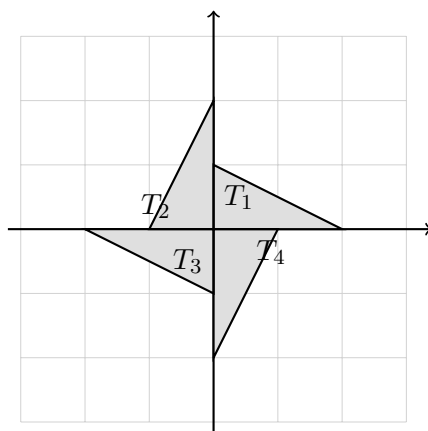
Sur le quadrillage ci-dessous, on a placé les points A , B , C , D et O .



- 1) Donner les coordonnées des points A , B , C et D .
- 2) Construire, sur le quadrillage, l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par la translation qui transforme O en D .
- 3) Donner les coordonnées de A' , B' et C' .
- 4) Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont-ils la même aire? Justifier.

Exercice 2

Le motif gris est composé de quatre triangles rectangles isométriques. On s'intéresse aux transformations qui permettent d'obtenir certains triangles à partir du triangle T_1 .



- 1) Quelle transformation du plan permet de passer de T_1 à T_3 ? Préciser ses éléments caractéristiques.
- 2) Quelle rotation permet de passer de T_1 à T_2 ? Donner son centre, son angle et son sens.
- 3) Le triangle T_4 est-il l'image de T_1 par une symétrie axiale? Si oui, préciser l'axe; sinon, expliquer pourquoi.
- 4) On note $E(2; 0)$ et $F(0; 1)$ deux sommets de T_1 . Déterminer les coordonnées des images de E et F par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens anti-horaire.



Exercice 3

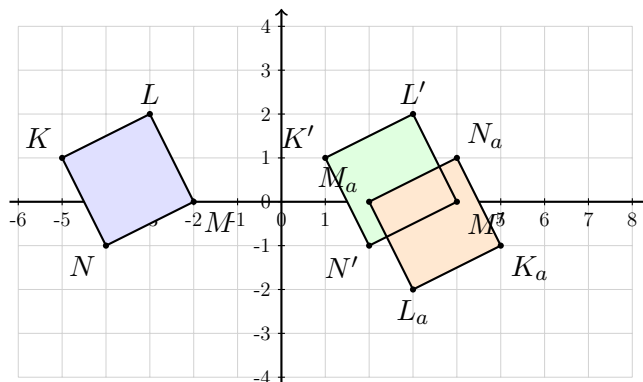
Dans un repère orthonormé, on considère les points

$$M(-3;2), \quad N(1;4), \quad P(3;0) \quad \text{et} \quad I(0;1).$$

- 1) Calculer les longueurs MN , NP et MP .
- 2) Construire mentalement l'image $M'N'P'$ du triangle MNP par la symétrie centrale de centre I .
- 3) Donner les coordonnées de M' , N' et P' .
- 4) Justifier que les triangles MNP et $M'N'P'$ sont superposables.
- 5) On effectue ensuite l'homothétie de centre I et de rapport 2 appliquée au triangle MNP . Donner les coordonnées de l'image de N et indiquer par quel nombre l'aire du triangle est multipliée.

Exercice 4

La figure ci-dessous représente une frise obtenue à partir d'un quadrilatère $KLMN$ par plusieurs transformations du plan.



- 1) Donner les coordonnées des sommets K , L , M et N .
- 2) Le quadrilatère $K'L'M'N'$ est l'image de $KLMN$ par une translation. Décrire le déplacement effectué.
- 3) Expliquer quelle symétrie centrale permet de passer de $K'L'M'N'$ à $K_aL_aM_aN_a$.
- 4) Calculer l'aire du quadrilatère $KLMN$ en le découpant en deux triangles.
- 5) La symétrie centrale conserve-t-elle les longueurs et l'orientation de la figure? Justifier à partir de la figure.



Correction

Exercice 1

- 1) $A(-4; 1)$, $B(-1; 1)$, $C(-2; 3)$ et $D(2; -1)$.
- 2) La translation qui transforme O en D déplace chaque point de 2 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le bas.
- 3) On obtient donc : $A'(-2; 0)$, $B'(1; 0)$ et $C'(0; 2)$.
- 4) Oui. Une translation conserve les longueurs, les angles et donc les aires.

Exercice 2

- 1) Pour passer de T_1 à T_3 , on effectue une symétrie centrale de centre O , c'est-à-dire un demi-tour autour de O .
- 2) Pour passer de T_1 à T_2 , on effectue une rotation de centre O , d'angle 90° , dans le sens anti-horaire.
- 3) Oui. T_4 est l'image de T_1 par la symétrie axiale d'axe la droite d'équation $y = -x$.
- 4) Par cette rotation, $E(2; 0)$ devient $E'(0; 2)$ et $F(0; 1)$ devient $F'(-1; 0)$.

Exercice 3

- 1) $MN = \sqrt{(1 - (-3))^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
 $NP = \sqrt{(3 - 1)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
 $MP = \sqrt{(3 - (-3))^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
- 2) La symétrie centrale de centre I place I au milieu de $[MM']$, de $[NN']$ et de $[PP']$.
- 3) $M'(3; 0)$, $N'(-1; -2)$ et $P'(-3; 2)$.
- 4) Les deux triangles sont superposables car une symétrie centrale conserve les longueurs et les angles.
- 5) L'image de $N(1; 4)$ par l'homothétie de centre $I(0; 1)$ et de rapport 2 est le point $N_1(2; 7)$. Les longueurs sont multipliées par 2, donc l'aire est multipliée par $2^2 = 4$.

Exercice 4

- 1) $K(-5; 1)$, $L(-3; 2)$, $M(-2; 0)$ et $N(-4; -1)$.
- 2) Pour obtenir $K'L'M'N'$, on déplace $KLMN$ de 6 carreaux vers la droite, sans monter ni descendre.
- 3) On passe de $K'L'M'N'$ à $K_aL_aM_aN_a$ par la symétrie centrale de centre $(3; 0)$.
- 4) En découpant selon la diagonale KM , on obtient deux triangles de même aire. Par exemple, l'aire de KLM vaut $\frac{5}{2}$ et celle de KMN vaut $\frac{5}{2}$. L'aire du quadrilatère $KLMN$ est donc 5 unités d'aire.
- 5) Oui. La symétrie centrale conserve les longueurs et l'orientation : sur la figure, $K'L'M'N'$ et $K_aL_aM_aN_a$ ont les mêmes dimensions et le même ordre de parcours des sommets.