

# Équations Inéquations Problèmes

## I Équations

### A. Définitions

#### 1 Égalités

On appelle égalité, une expression algébrique contenant le signe « = »  
 $5 + 3 = 8$  est une égalité,  $5+3$  est son premier membre et 8 son deuxième.

#### 2 Équations

On appelle équation, une égalité dans laquelle au moins une lettre symbolise une valeur inconnue:

$3 + 2x = 7$  est une équation du premier degré à une inconnue.

### B. Équations et additions

#### 1 Propriété

Une égalité ne change pas si on ajoute (ou si on soustrait) un même nombre à ses deux membres.

Pour résoudre une équation, on utilise cette propriété.

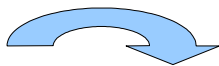
#### 2 Vocabulaire alternatif.

$$3 + 2x = 7$$

$$3 + 2x - 3 = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

En ajoutant  $-3$  aux deux membres de cette équation, on a réussi à isoler l'unique terme « en x » dans le premier membre.



$$3 + 2x = 7$$

Une autre façon de voir les choses est la transposition (étymologiquement : poser *de l'autre côté*)

$$2x = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

On a transposé 3 (terme d'une somme) en écrivant *de l'autre côté* du signe égal son opposé  $-3$

## C. Équations et multiplications

### 1 Propriété

Une égalité ne change pas si on multiplie (ou si on divise) ses deux membres par un même nombre **non nul**.

Pour résoudre une équation, on utilise cette propriété.

### 2 Vocabulaire alternatif

$$2x=4$$

$$2x/2 = 4/2$$

$$x = 2$$

En divisant par 2 les deux membres de cette équation, on trouve  $x=2$ . 2 est la solution de cette équation



$$2x = 4$$

Une autre façon de voir les choses: on divise par le coefficient de x:

$$x=4/2=2$$

## D. Équations de type produits nuls

### 1 Propriétés

Si un produit est nul alors l'un (au moins) de ses facteurs est nul.

Si l'un des facteurs d'un produit est nul alors ce produit est nul.

### 2 Exemples

Résoudre l'équation  $(2x + 6)(5x - 5) = 0$

*Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs est nul donc*

$$2x + 6 = 0 \text{ ou } 5x - 5 = 0$$

*soit:*

$$2x = -6 \text{ ou } 5x = 5$$

*et:*

$$x = -6/2 = -3 \text{ ou } x = 5/5 = 1$$

*Cette équation admet donc deux solutions:  $x = -3$  et  $x = 1$*

## II Inéquations

## A. Définitions

### 1 Les 4 Symboles

$a < b$  a est strictement inférieur à b (plus petit mais pas égal)

$a \leq b$  a est inférieur (ou égal) à b (plus petit ou égal)

$a > b$  a est strictement supérieur à b (plus grand mais pas égal)

$a \geq b$  a est supérieur (ou égal) à b (plus grand ou égal)

### 2 Inégalités

On appelle inégalité une expression algébrique contenant l'un des symboles précédents.

### 3 Inéquations

On appelle inéquation une inégalité dans laquelle au moins une lettre symbolise une valeur inconnue:

$3 + 2x > 7$  est une inéquation.

## B. Inéquations et additions

### 1 Propriété

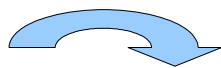
Une Inégalité ne change pas si on ajoute (ou si on soustrait) un même nombre à ses deux membres.

Pour résoudre une inéquation, on utilise cette propriété:

### 2 Vocabulaire alternatif.

$$\begin{aligned} 3 + 2x &> 7 \\ 3 + 2x - 3 &> 7 - 3 \\ 2x &> 4 \end{aligned}$$

Une autre façon de voir les choses: la transposition:



$$\begin{aligned} 3 + 2x &> 7 \\ 2x &> 7 - 3 \\ 2x &> 4 \end{aligned} \quad \text{on transpose 3 (-3 de l'autre côté du égal)}$$

## C. Inéquations et multiplications

### 1 Propriété

Il faut faire très attention quand on multiplie, ou quand on divise les deux membres d'une inégalité par un même nombre non nul:

Si ce nombre est positif, le sens de l'inégalité ne change pas.

Si ce nombre est négatif, le sens de l'inégalité est inversé.

### 2 Vocabulaire alternatif.

$2x > 4$  On divise par le coefficient de  $x$ , qui est positif:

$$x > 4/2$$

$$x > 2$$



On a hachuré la zone des nombres qui ne sont pas solutions. 2 n'est pas solution, on l'a donc associé (I) à la zone hachurée.

### 3 Autre exemple

$$6 - 3x \leq 3$$

$$-3x \leq 3 - 6 \quad (\text{on transpose } 6)$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq \frac{-3}{-3} \quad (\text{On divise par le coefficient de } x, \text{ qui est négatif, on inverse le}$$

*sens de l'inégalité)*

$$x \geq 1$$



On a hachuré la zone des nombres qui ne sont pas solutions. 1 n'est pas solution, on l'a donc associé (I) à la zone non hachurée.

## III Problèmes

De nombreux problèmes peuvent être traités grâce à des méthodes algébrique mettant en oeuvre équations ou inéquations

Il est impératif de faire apparaître clairement les étapes lors de la résolution du problème :

- 1 Le choix de ou des inconnues.
- 2 La mise en équation(s) ou en inéquation(s)
- 3 La résolution
- 4 La conclusion (interprétation du résultat)
- 5 La vérification (recommandée)

# OFFICIEL

## CONTENU

- Équations et inéquations du premier degré.
- Ordre et multiplication.
- Inéquation du premier degré à 1 inconnue.
- Résolutions de problèmes du premier degré ou s'y ramenant.

## COMPETENCES EXIGIBLES

Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme  $ab$  et  $ac$  sont dans le même ordre que  $b$  et  $c$  si  $a$  est strictement positif, dans l'ordre inverse si  $a$  est strictement négatif.

Résoudre une inéquation du premier degré à 1 inconnue à coefficients numériques.

Représenter ses solutions sur une droite graduée.

Résoudre une équation sous la forme  $AB=0$ , où  $A$  et  $B$  désignent 2 expressions du premier degré de la même variable.

Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation ou un système de 2 équations du premier degré.

## COMMENTAIRES

On pourra s'appuyer dans toute cette partie sur des activités déjà pratiquées dans les classes antérieures, notamment celles de tests par substitution de valeurs numériques à des lettres.

L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de 2 expressions du premier degré de la même variable est, elle, hors programme.

Les problèmes sont issus des différentes parties du programme. Comme en classe de quatrième, on dégagera à chaque fois les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.