

I. Équations

A. Définitions

1. Égalités

Définition

On appelle **égalité** une expression algébrique contenant le signe « = ».

Dans $5 + 3 = 8$, $5 + 3$ est le premier membre et 8 le second.

2. Équations

Définition

On appelle **équation** une égalité dans laquelle au moins une lettre symbolise une valeur inconnue.

$3 + 2x = 7$ est une équation du premier degré à une inconnue.

B. Équations et additions

Propriété

Une égalité ne change pas si on ajoute (ou soustrait) un même nombre à ses deux membres.

Exemple.

$$3 + 2x = 7$$

$$3 + 2x - 3 = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

En ajoutant -3 aux deux membres, on isole le terme « en x ». Autre façon de voir : la **transposition** — on écrit de l'autre côté du signe « = » l'opposé du terme :

$$2x = 7 - 3 = 4$$

C. Équations et multiplications

Propriété

Une égalité ne change pas si on multiplie (ou divise) ses deux membres par un même nombre non nul.

Exemple.

$$2x = 4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

2 est la **solution** de cette équation. Autre façon : on divise par le coefficient de x (ici 2).

D. Équations de type produit nul

Propriété

Si un produit est nul, alors l'un (au moins) de ses facteurs est nul. Réciproquement, si l'un des facteurs est nul, le produit est nul.

Résoudre l'équation $(2x + 6)(5x - 5) = 0$.

Correction. Si un produit est nul, l'un de ses facteurs est nul, donc :

$$2x + 6 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 5 = 0$$

$$2x = -6 \quad \text{ou} \quad 5x = 5$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{5} = 1$$

Cette équation admet deux solutions : $x = -3$ et $x = 1$. On pense à vérifier en substituant !

II. Inéquations

A. Définitions

1. Les 4 symboles

Définition

- $a < b$: a est strictement inférieur à b ;
- $a \leq b$: a est inférieur ou égal à b ;
- $a > b$: a est strictement supérieur à b ;
- $a \geq b$: a est supérieur ou égal à b .

2. Inégalités

Définition

On appelle **inégalité** une expression contenant l'un des symboles précédents. Ainsi $12,5 \geq 10$ est une inégalité.

3. Inéquations

Définition

On appelle **inéquation** une inégalité dans laquelle au moins une lettre symbolise une valeur inconnue. Ainsi $3 + 2x > 7$ est une inéquation.

B. Inéquations et additions

Propriété

Une inégalité ne change pas si on ajoute (ou soustrait) un même nombre à ses deux membres.

Exemple.

$$3 + 2x > 7$$

$$3 + 2x - 3 > 7 - 3$$

$$2x > 4$$

C. Inéquations et multiplications

Propriété

Attention quand on multiplie ou divise les deux membres d'une inégalité par un même nombre non nul :

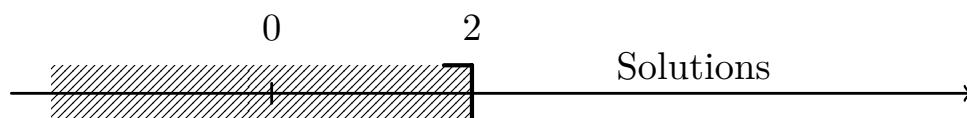
- si ce nombre est **positif**, le sens de l'inégalité ne change pas ;
- si ce nombre est **négatif**, le sens de l'inégalité est **inversé**.

Exemple.

$$2x > 4$$

$$\frac{2x}{2} > \frac{4}{2}$$

$$x > 2$$



On a hachuré la zone des nombres qui ne sont pas solutions. 2 n'est pas solution : on l'a associé (crochet «] ») à la zone hachurée.

Autre exemple.

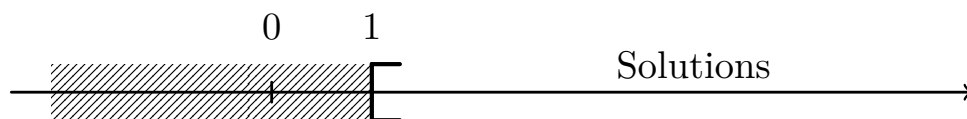
$$6 - 3x \leq 3$$

$$-3x \leq 3 - 6$$

$$-3x \leq -3$$

On divise par -3 , coefficient de x , qui est négatif : on change le sens de l'inégalité.

$$x \geq \frac{-3}{-3} = 1$$



1 est solution : on l'a associé (crochet « [») à la zone non hachurée.

III. Problèmes

A. Méthode

Propriété

De nombreux problèmes se traitent par des méthodes algébriques (équations ou inéquations). Il faut faire apparaître clairement les étapes :

1. le choix de la (ou des) inconnue(s) ;
2. la mise en équation(s) ou en inéquation(s) ;
3. la résolution ;
4. la conclusion (interprétation du résultat) ;



5. la vérification (recommandée).

B. Problème type brevet

Un élève achète 4 stylos identiques et un cahier qui coûte 3 €. Il paie 15 € en tout. On note x le prix d'un stylo en euros.

1. Exprimer le prix total en fonction de x .
2. Écrire une équation traduisant la situation.
3. Résoudre cette équation.
4. Donner une phrase réponse : quel est le prix d'un stylo ?
5. Vérifier le résultat.

Correction.

1. Le prix total est $4x + 3$.
2. La situation se traduit par :

$$4x + 3 = 15$$

3.

$$4x = 15 - 3$$

$$4x = 12$$

$$x = \frac{12}{4} = 3$$

4. Le prix d'un stylo est donc 3 euros.
5. Vérification :

$$4 \times 3 = 12 \quad \text{puis} \quad 12 + 3 = 15$$

Le total est bien celui attendu.