



I. Avant-propos

Cette fiche rassemble **17 exemples commentés** d'équations. Il est recommandé de relire d'abord la leçon « Équations et inéquations ». On rappelle les propriétés utilisées :

Propriété

P1. Une égalité ne change pas quand on ajoute (ou soustrait) un même nombre à ses deux membres.

P2. Une égalité ne change pas quand on multiplie (ou divise) ses deux membres par un même nombre non nul.

P3. Si un produit est nul, alors l'un (au moins) de ses facteurs est nul.

P4. Si l'un des facteurs d'un produit est nul, alors ce produit est nul.

II. Énoncés : résoudre

1. $x + 7 = 100$

2. $x \times 4 = 100$

3. $2x + 5 = 21$

4. $3(x + 2) = 300$

5. $4x + 7 = 3x - 3$

6. $3x + 5 = -11x + 8$

7. $\frac{3}{x} = \frac{2}{5}$

8. $\frac{x}{11} = \frac{5}{32}$

9. $3x = \frac{2}{3}x + 5$

10. $-8x = 0$

11. $x^2 = 25$

12. $4x^2 = 9$

13. $(3x - 1)(2x + 5) = 0$

14. $7(3x - 1)x = 0$

15. $(2x - 3)^2 = (5x + 1)^2$

16. $x + 2 = x + 5$

17. $2x + 4 = 2(x + 2)$

III. Corrections

1. $x + 7 = 100$

L'inconnue est dans une somme, d'un seul côté. Par **P1**, on enlève 7 aux deux membres (transposition de +7) :

$$x = 100 - 7 = 93$$

$S = \{93\}$. Vérification : $93 + 7 = 100$.

2. $x \times 4 = 100$

L'inconnue est dans un produit. Par **P2**, on divise par le coefficient de x (4) :

$$x = \frac{100}{4} = 25$$

$S = \{25\}$. Vérification : $25 \times 4 = 100$.

3. $2x + 5 = 21$

On isole le terme en x (transposition de 5), puis on divise par 2 :

$$2x = 21 - 5 = 16$$

$$x = \frac{16}{2} = 8$$

$S = \{8\}$. Vérification : $2 \times 8 + 5 = 16 + 5 = 21$.

4. $3(x + 2) = 300$

300 étant multiple de 3, le plus rapide est de diviser d'abord les deux membres par 3 (**P2**), puis de transposer 2 :

$$x + 2 = 100$$

$$x = 100 - 2 = 98$$

$S = \{98\}$. Vérification : $3 \times (98 + 2) = 3 \times 100 = 300$.



5. $4x + 7 = 3x - 3$

Type le plus classique ($ax + b$ dans chaque membre). Double transposition pour regrouper les x à gauche :

$$4x - 3x = -3 - 7$$

$$x = -10$$

$S = \{-10\}$. Vérification : $4 \times (-10) + 7 = -33$ et $3 \times (-10) - 3 = -33$.

6. $3x + 5 = -11x + 8$

Même méthode :

$$3x + 11x = 8 - 5$$

$$14x = 3$$

$$x = \frac{3}{14}$$

$S = \left\{ \frac{3}{14} \right\}$. Vérification : les deux membres valent $\frac{79}{14}$.

7. $\frac{3}{x} = \frac{2}{5}$

Égalité de fractions (fréquente avec Thalès ou la trigonométrie). On divise le produit de la diagonale sans inconnue par le nombre restant :

$$x = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

$S = \{7,5\}$. Vérification (produits en croix) : $3 \times 5 = 15$ et $2 \times \frac{15}{2} = 15$.

8. $\frac{x}{11} = \frac{5}{32}$

Même méthode :

$$x = \frac{5 \times 11}{32} = \frac{55}{32} \approx 1,7$$

$S = \left\{ \frac{55}{32} \right\}$ (on ne met que la valeur exacte entre accolades). Vérification par les produits en croix (55).

9. $3x = \frac{2}{3}x + 5$

On transpose $\frac{2}{3}x$, puis on met au même dénominateur :

$$3x - \frac{2}{3}x = 5$$

$$\frac{9}{3}x - \frac{2}{3}x = \frac{7}{3}x = 5$$

On multiplie par l'inverse de $\frac{7}{3}$:

$$x = 5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7} \approx 2,1$$

$S = \left\{ \frac{15}{7} \right\}$. Vérification : les deux membres valent $\frac{45}{7}$.



10. $-8x = 0$

On divise par le coefficient non nul -8 (**P2**), ou on applique **P3** directement :

$$x = 0$$

$$S = \{0\}.$$

11. $x^2 = 25$

Première équation du **second degré**. On fait apparaître une différence de deux carrés, puis on factorise avec $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

Par **P3** : $x - 5 = 0$ ou $x + 5 = 0$, d'où $x = 5$ ou $x = -5$. $S = \{-5; 5\}$. Vérification : $(\pm 5)^2 = 25$.

12. $4x^2 = 9$

Différence de deux carrés :

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 3) = 0$$

Par **P3** : $2x = 3$ ou $2x = -3$, d'où $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{3}{2}$. $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$. Vérification : $4 \times \left(\pm \frac{3}{2}\right)^2 = 4 \times \frac{9}{4} = 9$.

13. $(3x - 1)(2x + 5) = 0$

Produit déjà factorisé. Par **P3** : $3x - 1 = 0$ ou $2x + 5 = 0$, d'où $x = \frac{1}{3}$ ou $x = -\frac{5}{2}$. $S = \left\{-\frac{5}{2}; \frac{1}{3}\right\}$.

14. $7(3x - 1)x = 0$

Par **P3** : $3x - 1 = 0$ ou $x = 0$, d'où $x = \frac{1}{3}$ ou $x = 0$. $S = \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$.

15. $(2x - 3)^2 = (5x + 1)^2$

Mauvaise idée : développer conduit à $-21x^2 - 22x + 8 = 0$, qu'on ne sait pas résoudre au cycle 4.

Bonne idée : faire apparaître une différence de deux carrés.

$$(2x - 3)^2 - (5x + 1)^2 = 0$$

$$[(2x - 3) - (5x + 1)][(2x - 3) + (5x + 1)] = 0$$

$$(-3x - 4)(7x - 2) = 0$$

Par **P3** : $-3x = 4$ ou $7x = 2$, d'où $x = -\frac{4}{3}$ ou $x = \frac{2}{7}$. $S = \left\{-\frac{4}{3}; \frac{2}{7}\right\}$. (Vérification : les deux membres valent $\frac{289}{9}$ pour $-\frac{4}{3}$, et $\frac{289}{49}$ pour $\frac{2}{7}$.)

16. $x + 2 = x + 5$

Ici la difficulté est la conclusion. Double transposition :

$$0x = 5$$

On devrait diviser par le coefficient de x , mais c'est 0 : **la division par zéro est interdite**. Aucun nombre multiplié par 0 ne donne 5 : l'équation n'a **aucune solution**.

$$S = \emptyset$$

(sans accolades).



Équations de A à Z — exemples commentés

Cycle 4 — Troisième · Nombres et calculs



17. $2x + 4 = 2(x + 2)$

$$2x + 4 = 2x + 4$$

$$0x = 0$$

On ne peut pas diviser par 0, mais tout nombre multiplié par 0 donne 0 : **tous les nombres sont solutions**. L'ensemble des réels se note $\mathbb{R}$:

$$S = \mathbb{R}$$