

I. Maîtrisons le vocabulaire des écritures fractionnaires

A. Fractions ou écritures fractionnaires ?

Définition

On appelle **écriture fractionnaire** du quotient $a : b$ de nombres relatifs l'écriture $\frac{a}{b}$. Cette écriture fractionnaire est seulement appelée **fraction** quand a et b sont des entiers relatifs.

Exemple

$\frac{3,5}{6,123}$ et $\frac{a}{b}$ sont des écritures fractionnaires, mais seul $\frac{-17}{3}$ est une fraction.

B. Numérateur et dénominateur

Définition

Le nombre du haut s'appelle le **numérateur**, celui du bas le **dénominateur**, et « le trait » s'appelle la **barre de fraction**.

C. Opposé d'un nombre relatif

1. Définition

Définition

L'**opposé** d'un nombre relatif est le nombre qui a la même distance à zéro mais le signe contraire.

2. Exemples

$\frac{-17}{3}$ et $\frac{17}{3}$ sont opposés ; $\frac{3,5}{6,123}$ et $-\frac{3,5}{6,123}$ sont opposés.

Remarque

Place du signe « moins ». Quand une fraction représente un nombre négatif, le signe « moins » peut s'écrire à trois endroits : devant la fraction $-\frac{3}{4}$, au numérateur $\frac{-3}{4}$, ou au dénominateur $\frac{3}{-4}$. Ces trois écritures représentent le même nombre. On place **de préférence** le signe « moins » devant la fraction.

3. Propriétés

Propriété

La somme de deux nombres relatifs opposés est nulle :

$$\frac{-17}{3} + \frac{17}{3} = 0$$

Propriété

Multiplier un relatif par -1 , c'est prendre son opposé :

$$\frac{17}{3} \times (-1) = \frac{-17}{3}$$

D. Inverse d'un nombre relatif non nul

1. Définition

Définition

L'**inverse** de x (avec x non nul) est le quotient de 1 par x . On le note $\frac{1}{x}$ ou encore x^{-1} .

2. Exemples

L'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$ ou 5^{-1} .

3. Propriété

Propriété

L'inverse d'un nombre relatif non nul x est le nombre relatif y tel que $x \times y = 1$.

Exemple

L'inverse de $\frac{-2}{3}$ est $\frac{-3}{2}$, en effet :

$$\frac{-2}{3} \times \frac{-3}{2} = 1$$

II. Addition de relatifs en écriture fractionnaire

A. Mise au même dénominateur

Définition

La première étape pour ajouter des relatifs en écriture fractionnaire est la **mise au même dénominateur** :

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6}$$

B. Ajout de même dénominateur

Définition

Pour ajouter des relatifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, on ajoute les numérateurs et on garde le dénominateur commun :

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} = \frac{13}{6}$$

III. Soustraction de relatifs en écriture fractionnaire

A. Petit rappel

Définition

Soustraire un relatif, c'est ajouter son opposé.

B. Méthode

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{9}{6} - \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$

IV. Multiplication de relatifs en écriture fractionnaire

A. Exercice

Écrire le calcul qui correspond à : « les trois quarts de deux tiers ».

Solution :

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

B. Propriété

Propriété

Pour multiplier des relatifs en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

V. Division de relatifs en écriture fractionnaire

A. Propriété

Propriété

Diviser par un relatif non nul, c'est multiplier par son inverse.

B. Méthode

On se ramène donc à une multiplication :

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

VI. Puissance et définitions

A. Carré

Définition

a étant un nombre relatif, on appelle **carré** de a le nombre noté a^2 tel que $a^2 = a \times a$.

$$4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad (-6)^2 = 36$$

B. Cube

Définition

a étant un nombre relatif, on appelle **cube** de a le nombre noté a^3 tel que $a^3 = a \times a \times a$.

$$2^3 = 8 \quad (-3)^3 = -27$$

C. Généralisation pour $n > 1$

Définition

a étant un nombre relatif et n un entier, $n > 1$:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$$

On lit « a puissance n ». n est l'**exposant**.

D. Convention

Définition

Un nombre non nul élevé à la puissance 0 est égal à 1 : $x^0 = 1$. Un nombre élevé à la puissance 1 est égal à lui-même : $x^1 = x$.

E. Généralisation pour $n < 0$

On généralise pour les entiers relatifs :

$$x^{-1} = \frac{1}{x} \quad x^{-2} = \frac{1}{x^2} \quad x^{-3} = \frac{1}{x^3}$$

Remarque

Au passage, on comprend la notation de l'inverse sur certaines calculatrices.

F. Puissances, priorités et pièges classiques

Propriété

La puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Remarque

Ne pas confondre :

$$(-6)^2 = (-6) \times (-6) = 36$$

$$-6^2 = -36$$

VII. Exemples de calcul

A. Un conseil pour commencer

Remarque

Pour calculer avec des puissances, il est nécessaire de bien connaître la définition et d'y revenir aussi souvent que possible !

B. Des produits

1. Même nombre, exposants différents

$$7^3 \times 7^5 = (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) = 7^8$$

En revenant à la définition, il suffit d'**ajouter les exposants** !

2. Nombres différents, même exposant

$$7^3 \times 5^3 = (7 \times 5) \times (7 \times 5) \times (7 \times 5) = (7 \times 5)^3 = 35^3$$

C. Des quotients

1. Même nombre, exposants différents

$$\frac{7^3}{7^5} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

En revenant à la définition, il suffit de **soustraire les exposants** !

2. Nombres différents, même exposant

$$\frac{7^3}{5^3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{5 \times 5 \times 5} = \frac{7}{5} \times \frac{7}{5} \times \frac{7}{5} = \left(\frac{7}{5}\right)^3$$

D. Des puissances

$$(7^2)^3 = 7^2 \times 7^2 \times 7^2 = 7^6$$

En revenant à la définition, il suffit de **multiplier les exposants** !

VIII. Puissances de 10, notation scientifique

A. Écriture décimale des puissances de 10

1. Deux exemples

$$10^3 = 1\,000$$

(exposant +3 et 3 zéros après le 1)

$$10^{-5} = 0,00001$$

(exposant -5 et 5 zéros avant le 1)

2. À retenir

Définition

Si n est un entier positif :

- 10^n est un nombre entier qui s'écrit avec un 1 suivi de n zéro(s) ;
- 10^{-n} est un nombre décimal qui s'écrit 0,00...01, le chiffre 1 étant précédé de n zéros.

B. Écriture scientifique

1. Définition

Définition

L'**écriture scientifique** d'un nombre est de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal tel que : a n'a qu'un seul chiffre avant la virgule, et ce chiffre n'est pas nul.

2. Exemples

Donner l'écriture scientifique de 789 et de 0,0258.

$$789 = 7,89 \times 10^2$$

$$0,0258 = 2,58 \times 10^{-2}$$



Fractions et puissances

Cycle 4 — Troisième · Nombres et calculs



LEC3FRPU

Remarque

L'écriture scientifique permet d'avoir très rapidement une idée de l'ordre de grandeur d'un nombre : 156 000 000 000 000 000 000 est beaucoup moins parlant que $1,56 \times 10^{20}$.