# Écriture littérale et identités remarquables

## Première Partie

## I Somme algébrique

### A Définition :

L'addition est l'opération qui permet de calculer la somme de plusieurs nombres, ces nombres sont les termes de la somme.

Exemples :

7 + 2 + 8 est la somme algébrique des termes 7, de 2 et de 8

8 - 3 + 2 est la somme algébrique de 8 ,-3 et 2 . On peut l' écrire 8 + (-3) + 2

a + 5 + b + 7 est la somme algébrique de a, 5 ,b et 7

3a-2 est la somme algébrique de 3a et -2

### B. Propriété :

Dans une somme algébrique, on peut changer l'ordre des termes et regrouper les termes de son choix.

Exemples :

7 + 2 + 8 = ( 8 + 2 ) + 7

8 - 3 + 2 = 8 +2 – 3

a + 5 + b + 7 = ( 5 + 7 ) + a + b

## II Produit

### A. Définition :

La multiplication est l'opération qui permet de calculer le produit de deux nombres, ces nombres sont les facteurs du produit.

Exemples :

$7\times2\times5$ est le produit des facteurs 7 , 2 et 5.

$\frac{7}{5}$ peut-être considéré comme le produit de 7 par $\frac{1}{5}$

$a^2$ est le produit de a par a

$\frac{a^3}{1+a}$ est le produit de a (3fois) et de $\frac{1}{1+a}$

### *B. Propriété*

Dans un produit, on peut changer l'ordre des facteurs et regrouper les facteurs de son choix.

Exemple:

$7\times2\times5=(2\times5)\times7$

## III Expressions algébriques

### *A. Simplification d'écriture initiale*

Le signe «multiplié» est facultatif devant une lettre ou une parenthèse, ainsi 3b veut dire $3\times b$ et k(a+b) veut dire $k\times(a+b)$ mais 37 ne veut pas dire $3\times7$ !

### *B. Réduction d'une somme algébrique.*

Certaines sommes algébriques peuvent être réduites:
7 + 2 + 8 = ( 8 + 2 ) + 7 = 10 + 7 = 17
a + 5 + b + 7 = 12 + a +b
D'autres sont irréductibles:
3a-2 = .. STOP

### *C Reconnaître une expression algébrique.*

#### 1> rappel des priorités opératoires.

Dans l'ordre on s'occupe de :
Des parenthèses les plus imbriquées, des produits , des sommes.

#### 2> Propriété:

On peut séparer les expressions algébriques en deux types:

- les sommes
- les produits.

#### 3> Problème

$7\times2+5$ est-il un produit ou une somme?

Effectuons le calcul en respectant les priorités:

$7\times2+5$ =
14 + 5 =
19

19 est la somme de 14 et 5 , c'est à dire la somme de $7\times2$ et 5.
$7\times2+5$ est donc **la somme** de 5 et du produit de 7 par 2.

### D Développer (un produit)

#### 1> Définition:

Développer (***étymologie:*** enlever l'enveloppe) c'est transformer un produit en somme.

#### 2> Distributivité simple:

$k(a+b)=ka+kb$

<u>Premier membre :</u> produit de k par la somme de a et b
<u>Deuxième membre:</u> somme des produits $ka$ et $kb$.

#### 3> Distributivité double:

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

## *E Factoriser (une somme)*

#### 1> Définition :

Factoriser c'est transformer une somme en produit.

#### 2> Distributivité simple:

$ka+kb=k(a+b)$

<u>Premier membre :</u> somme des produits $ka$ et $kb$.
<u>Deuxième membre:</u> produit de k par la somme de a et b

# Deuxième Partie:

Les identités remarquables (ou égalités remarquables)

## I Exercices

Développer

$A=(a+b)^2$

$B=(a-b)^2$ et

$C=(a+b)(a-b)$

## II Boite à outils:

$$\boxed{\begin{array}{l}(a+b)^2=a^2+2ab+b^2\\(a-b)^2=a^2-2ab+b^2\\(a+b)(a-b)=a^2-b^2\end{array}}$$

*De la gauche vers la droite, on développe, de la droite vers la gauche, on factorise.*

## III Vocabulaire:

$(a+b)^2$ est un produit remarquable.

$a^2-2ab+b^2$ est une somme remarquable.

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ est une identité remarquable (ou égalité remarquable)

## IV Utilisation des outils:

### A Pour développer

Si on repère un produit remarquable, on peut utiliser l'identité correspondante pour développer plus rapidement:

$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$ est plus rapide que:

$(x+5)^2 = (x+5)(x+5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$

### B. Pour factoriser

Si on repère une somme remarquable, on peut utiliser pour factoriser (d'ailleurs on ne dispose pas d'autre méthode):

$4a^2 - 4a + 1 = (2a)^2 - 2 \times 2a + 1 = (2a-1)^2$

$16 - 9x^2 = 4^2 - (3x)^2 = (4-3x)(4+3x)$

$(x+5)^2 - 4 = (x+5+2)(x+5-2)$

### C. Pour Calculer astucieusement

$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 200 + 1$

OFFICIEL

# COMPETENCES EXIGIBLES

Factoriser des expressions telles que:

$$(x+1)(x+2)-5(x+2)$$

$$(2x+1)^2+(2x+1)(x+3).$$

Connaître les égalités :

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$$

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$

et les utiliser sur des expressions numériques ou littérales simples telles que

$$101^2=(100+1)^2=100^2+200+1$$

$$(x+5)^2-4=(x+5+2)(x+5-2)$$

Résoudre une équation sous la forme A×B=0, où A et B désignent 2 expressions du premier degré de la même variable.

# COMMENTAIRES

La reconnaissance de la forme d’une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s’articuleront sur 2 axes:

- utilisation d’expressions littérales pour des calculs numériques;
- utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes.

Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d’expressions simples; en revanche, le travail sur la factorisation qui se poursuivra au lycée, ne vise à développer l’autonomie des élèves que dans des situations très simples.

On consolidera les compétences en matière de calcul sur les puissances, notamment sur les puissances de 10.

L’étude du signe d’un produit ou d’un quotient de 2 expressions du premier degré de la même variable est, elle, hors programme.