Écriture littérale et identités remarquables

Première Partie

I Somme algébrique

A Définition :

L'addition est l'opération qui permet de calculer la somme de plusieurs nombres, ces nombres sont les termes de la somme.

Exemples :

7 + 2 + 8 est la somme algébrique des termes 7, de 2 et de 8

8 - 3 + 2 est la somme algébrique de 8 ,-3 et 2 . On peut l' écrire 8 + (-3) + 2

a + 5 + b + 7 est la somme algébrique de a, 5 , b et 7

3a-2 est la somme algébrique de 3a et -2

B. Propriété :

Dans une somme algébrique, on peut changer l'ordre des termes et regrouper les termes de son choix.

Exemples :

7 + 2 + 8 = (8 + 2) + 7

8 - 3 + 2 = 8 + 2 - 3

a + 5 + b + 7 = (5 + 7) + a + b

II Produit

A. Définition :

La multiplication est l'opération qui permet de calculer le produit de deux nombres, ces nombres sont les facteurs du produits.

Exemples :

$7\times 2\times 5$ *est le produit des facteurs 7 , 2 et 5.*

$\frac{7}{5}$ *peut-être considéré comme le produit de 7 par* $\frac{1}{5}$

a^2 *est le produit de a par a*

$\frac{a^3}{1+a}$ *est le produit de a (3fois) et de* $\frac{1}{1+a}$

B. Propriété

Dans un produit, on peut changer l'ordre des facteurs et regrouper les facteurs de son choix.

Exemple: $7\times2\times5=(2\times5)\times7$

III Expressions algébriques

A. Simplification d'écriture initiale

Le signe «multiplié» est facultatif devant une lettre ou une parenthèse, ainsi 3b veut dire $3\times b$ et k(a+b) veut dire $k\times(a+b)$ mais 37 ne veut pas dire 3×7!

B. Réduction d'une somme algébrique.

Certaines sommes algébriques peuvent être réduites:

7 + 2 + 8 = (8 + 2) + 7 = 10 + 7 = 17

a + 5 + b + 7 = 12 + a + b

D'autres sont irréductibles:

3a-2 = .. STOP

C Reconnaître une expression algébrique.

1> rappel des priorités opératoires.

Dans l'ordre on s'occupe de :

Des parenthèses les plus imbriquées, des produits , des sommes.

2> Propriété:

On peut séparer les expressions algébriques en deux types:

- les sommes
- les produits.

3> Problème

$7\times2+5$ est-il un produit ou une somme?

Effectuons le calcul en respectant les priorités:

$7\times2+5$ =

14 + 5 =

19

19 est la somme de 14 et 5 , c'est à dire la somme de 7×2 et 5.

$7\times2+5$ est donc la somme de 5 et du produit de 7 par 2.

D Développer (un produit)

1> Définition:

Développer (*étymologie:* enlever l'enveloppe) c'est transformer un produit en somme.

2> Distributivité simple:

$k(a+b)=ka+kb$

Premier membre : produit de k par la somme de a et b

Deuxième membre : somme des produits ka et kb

3> Distributivité double:

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

E Factoriser (une somme)

1> Définition :

Factoriser c'est transformer une somme en produit.

2> Distributivité simple:

$ka+kb=k(a+b)$

Premier membre : somme des produits ka et kb

Deuxième membre : produit de k par la somme de a et b

Deuxième Partie:

Les identités remarquables (ou égalités remarquables)

I Exercices

Développer:

$A=(a+b)^2$, $B=(a-b)^2$ et $C=(a+b)(a-b)$

II Boite à outils:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

De la gauche vers la droite, on développe, de la droite vers la gauche, on factorise.

III Vocabulaire:

$(a+b)^2$ est un produit remarquable.

$a^2-2ab+b^2$ est une somme remarquable.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ est une identité remarquable (ou égalité remarquable)

2ab est un double produit

a^2-b^2 est une différence de deux carrés

IV Utilisation des outils:

A Pour développer

Si on repère un produit remarquable, on peut utiliser l'identité correspondante pour développer plus rapidement:

$(x+5)^2=x^2+10x+25$ est plus rapide que: $(x+5)^2=(x+5)(x+5)=x^2+5x+5x+25=x^2+10x+25$

B. Pour factoriser

Si on repère une somme remarquable, on peut utiliser pour factoriser (d'ailleurs on ne dispose pas d'autre méthode):

$$4a^2-4a+1=(2a)^2-2\times2a+1=(2a-1)^2$$

$$16-9x^2=4^2-(3x)^2=(4-3x)(4+3x)$$

$$(x+5)^2-4=(x+5+2)(x+5-2)$$

B. Pour Calculer astucieusement

$$101^2=(100+1)^2=100^2+200+1$$