

I. Statistiques : vocabulaire

A. Vocabulaire de base

1. Définitions

Définition

Lorsque l'on réalise une enquête, on est amené à étudier des **caractères** propres à chaque individu. L'ensemble des individus est appelé la **population**.

Définition

Le caractère peut être **qualitatif** (la couleur des cheveux, les sports pratiqués, le type de film préféré) ou **quantitatif** (la taille, l'âge, le temps passé devant la télévision).

Définition

L'ensemble des données collectées s'appelle une **série statistique**. Avant traitement, elle est appelée **série brute**.

2. Effectifs

Définition

Le nombre total d'individus de la population est appelé **effectif total** de la série. Le nombre d'individus qui possèdent un même caractère est appelé **effectif du caractère**.

3. Fréquences

Définition

La **fréquence** d'une valeur est le quotient :

$$\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Définition

La **fréquence en pourcentage** est l'écriture de la fréquence sous forme de pourcentage :

$$\frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}} \times 100$$

B. Représenter et lire des données

1. Définitions

Définition

Un **tableau** permet de regrouper et d'organiser des données, de lire et d'interpréter facilement des informations.

Remarque

Si on étudie un caractère quantitatif, on peut regrouper les données par **classes** pour limiter la taille du tableau. On détermine alors les effectifs de chaque classe.

2. Exercice témoin (d'après le Brevet Pondichéry 2007)

Voici les résultats au lancer de javelot lors d'un championnat d'athlétisme. Les longueurs sont exprimées en mètres :

36 42 37 43 38 44 32 40 44 36 46 39 40 40 41 41 45 37
43 43 46 39 44 47 48

1. Compléter le tableau suivant.
2. Quel est le pourcentage de sportifs ayant lancé au moins à 40 mètres ?

Correction.

Longueur ℓ (m)	$30 \leq \ell < 35$	$35 \leq \ell < 40$	$40 \leq \ell < 45$	$45 \leq \ell < 50$	Total
Nombre de sportifs	1	6	12	6	25
Fréquence	0,04	0,24	0,48	0,24	1
Fréquence en %	4 %	24 %	48 %	24 %	100 %

Il suffit d'additionner les pourcentages des deux dernières classes :

$$48 + 24 = 72$$

Le pourcentage de sportifs ayant lancé au moins à 40 mètres est **72 %**.

3. Représentations

Remarque

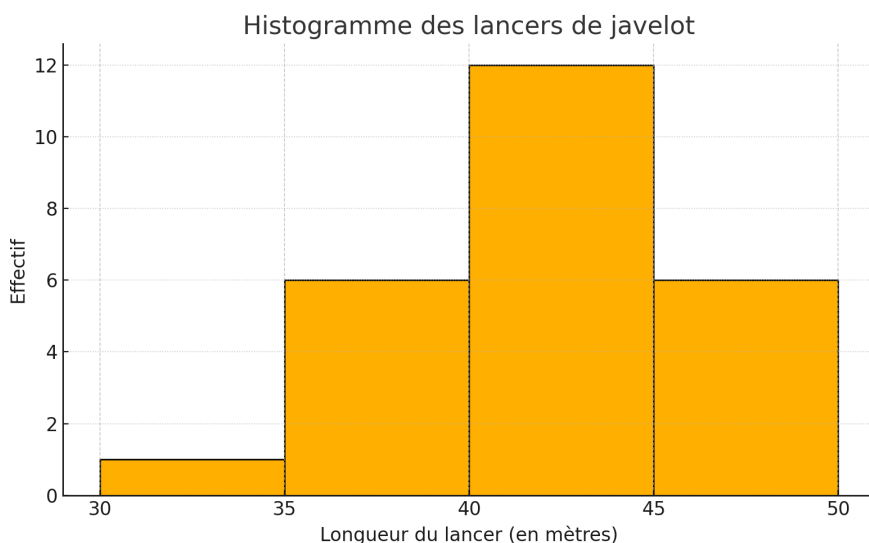
Dans un **diagramme circulaire** (ou semi-circulaire), les mesures des angles au centre sont proportionnelles aux quantités représentées. Dans un **diagramme en barres** (ou en bâtons), les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.

Pour représenter une situation, il existe plusieurs types de représentations :

- le **graphique**, qui montre les évolutions ;
- le **diagramme circulaire**, qui montre les proportions ;
- le **diagramme en barres** (ou en bâtons), qui montre les répartitions ;
- l'**histogramme**, pour les séries regroupées en classes.

Représente les données du lancer de javelot sous la forme d'un histogramme.

Correction.



4. Moyenne d'une série statistique

Définition

Si $x_1, x_2, \dots, x_p$ représentent les valeurs du caractère de la série et M la moyenne, on a alors :

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_p}{p}$$

Remarque

Si les données sont regroupées par classe, on choisit une valeur de l'intervalle pour effectuer le calcul de la moyenne. Classiquement, on prend la **valeur centrale** de la classe.

En utilisant les valeurs centrales des classes (32,5 ; 37,5 ; 42,5 ; 47,5), calculer la longueur moyenne d'un lancer.

Correction. La longueur moyenne (estimée) du lancer est :

$$M = \frac{1 \times 32,5 + 6 \times 37,5 + 12 \times 42,5 + 6 \times 47,5}{25}$$

$$M = \frac{1\,052,5}{25} = 42,1 \text{ m}$$

5. Médiane

Définition

La **médiane** m d'une série dont les valeurs sont ordonnées est la plus petite valeur telle qu'il y ait au moins la moitié de l'effectif inférieur à cette valeur.

6. Étendue

Définition

L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

À partir des 25 lancers de javelot : quel est le lancer médian ? Quelle est l'étendue ?

Correction. Il y a 25 lancers, donc la médiane est la **13^e valeur** lorsque les données sont rangées par ordre croissant.

32, 36, 36, 37, 37, 38, 39, 39, 40, 40, 40, 41, **41**, 42, 43, 43, 43, 43, 44, 44, 44, 45, 46, 46, 47, 48

La 13^e valeur est 41 : le lancer médian est **41 m**. L'étendue est :

$$48 - 32 = 16 \text{ m}$$

II. Probabilités

A. Avant-propos

Définition

Les **probabilités** sont une branche des mathématiques qui s'intéresse à quantifier l'incertitude liée à des événements futurs. Elles nous permettent d'évaluer la chance qu'un événement particulier se produise.

Remarque

Les **statistiques** décrivent des données existantes et identifient des tendances ; les **probabilités** modélisent le hasard. En les combinant, on peut décrire des données, prédire des événements futurs et prendre des décisions en tenant compte de l'incertitude.

B. Expérience aléatoire

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience qu'on peut répéter, dont le résultat ne peut être prédit avec certitude avant sa réalisation, même si l'ensemble des résultats possibles est connu.

Par exemple : lancer un dé, tirer une carte dans un jeu de 52 cartes, lancer une pièce.

C. Issues d'une expérience aléatoire

Définition

Une **issue** est tout résultat possible d'une expérience aléatoire. C'est le résultat concret que l'on obtient lorsqu'on réalise une fois l'expérience.

Exemple

- **Lancer un dé à six faces** : les issues possibles sont 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.
- **Tirer une carte dans un jeu de 52 cartes** : chaque carte est une issue différente.
- **Lancer une pièce** : les issues possibles sont pile ou face.

D. Événement d'une expérience aléatoire

Définition

Un **événement** d'une expérience aléatoire est un regroupement de plusieurs issues qui nous intéresse particulièrement.

Exemple

- Dé : l'événement « obtenir un nombre pair » est composé de 3 issues (2, 4 et 6).
- Cartes : l'événement « obtenir un roi » est composé de 4 issues.
- Pièce : l'événement « obtenir pile » est composé d'une seule issue.

Définition

Un événement qui ne contient qu'une seule issue est appelé **événement élémentaire**.

E. Probabilité d'un événement

Définition

La **probabilité** d'un événement est une mesure numérique qui exprime la chance que cet événement se produise. Elle est comprise entre 0 et 1 :

- 0 : l'événement est impossible (il ne se produira jamais) ;
- 1 : l'événement est certain (il se produira à coup sûr) ;
- entre 0 et 1 : l'événement est incertain, et la valeur indique sa vraisemblance.

F. Équiprobabilité

Définition

L'**équiprobabilité** décrit une situation où toutes les issues d'une expérience aléatoire ont exactement la même chance de se produire.

Remarque

On ne s'intéressera cette année qu'aux expériences aléatoires en situation d'équiprobabilité.

Propriété

En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre d'issues favorables par le nombre d'issues total :

$$P(\text{événement}) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues total}}$$

Exemple

Avec un dé à six faces, chaque issue a une chance sur 6 de se réaliser :

$$p(5) = \frac{1}{6}$$

La probabilité d'obtenir un nombre pair est :

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Avec un jeu de 52 cartes, la probabilité de tirer un roi est :

$$\frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0,08$$

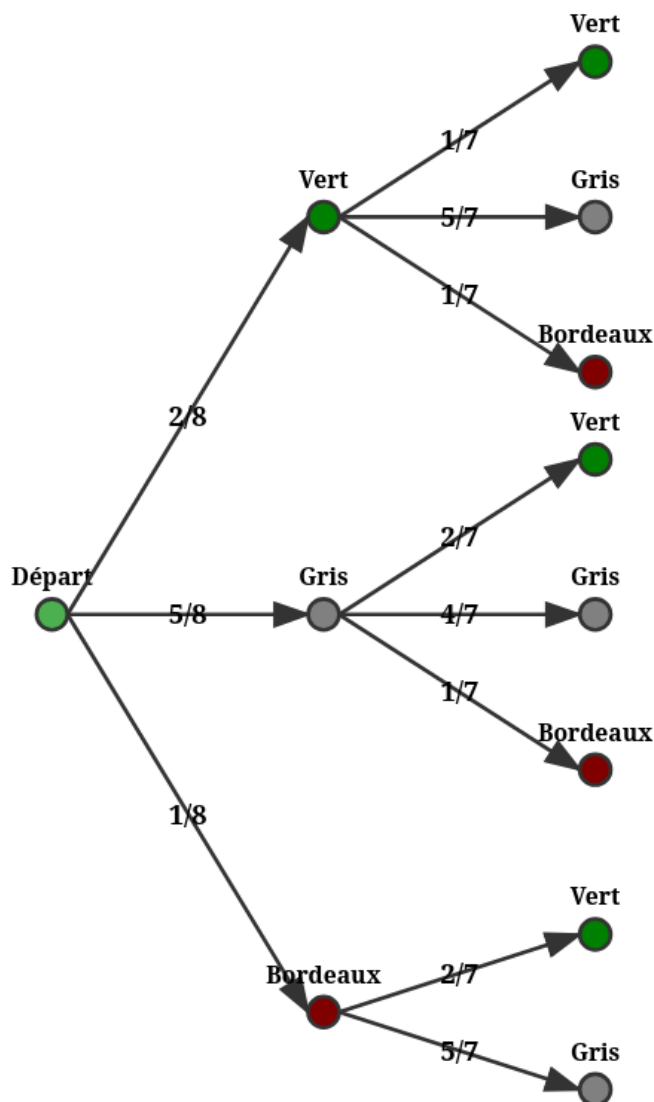
G. Exercices témoins

1. Arbre de probabilité

Une urne contient deux boules vertes, cinq boules grises et une boule bordeaux, indiscernables au toucher. On tire successivement, et sans remise, deux boules.

1. Schématise l'arbre des probabilités.
2. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte au premier tirage ?
3. Quelle est la probabilité de tirer une boule bordeaux au deuxième tirage ?

Correction.



Il y a deux boules vertes sur un total de 8 boules. La probabilité de tirer une boule verte au premier tirage est :

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Probabilité de tirer une boule bordeaux au deuxième tirage :

$$\begin{aligned} \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{1}{7} &= \frac{2}{56} + \frac{5}{56} \\ &= \frac{7}{56} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\% \end{aligned}$$

2. Probabilités et tableau à double entrée

Un collège propose deux activités aux élèves de 3^e : canoë ou randonnée. On interroge un échantillon de 80 élèves, en distinguant filles et garçons.

	Canoë	Randonnée	Total
Filles	18	22	?
Garçons	28	?	40
Total	?	?	80

1. Compléter le tableau.
2. On choisit un élève au hasard parmi les 80. Probabilité que ce soit une fille ? qu'il ait choisi le canoë ? que ce soit un garçon ayant choisi la randonnée ?
3. On choisit un élève parmi ceux qui ont choisi le canoë. Probabilité que ce soit une fille ?

Correction. L'effectif total est 80 élèves, dont 40 garçons, donc $80 - 40 = 40$ filles. Parmi les 40 garçons, $40 - 28 = 12$ ont choisi la randonnée. Le nombre d'élèves ayant choisi le canoë est $18 + 28 = 46$, la randonnée $22 + 12 = 34$.

	Canoë	Randonnée	Total
Filles	18	22	40
Garçons	28	12	40
Total	46	34	80

2. a. Être une fille :

$$\frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$$

b. Avoir choisi le canoë :

$$\frac{46}{80} = \frac{23}{40} = 0,575$$

c. Être un garçon ayant choisi la randonnée :

$$\frac{12}{80} = \frac{3}{20} = 0,15$$

3. Sur les 46 élèves ayant choisi le canoë, 18 sont des filles :

$$\frac{18}{46} = \frac{9}{23} \approx 0,39$$