

I. Introduction

A. Définition

Définition

Soit a un nombre positif. Il existe un nombre b positif unique tel que $b^2 = a$. On appelle b la **racine carrée** de a , et on note :

$$b = \sqrt{a}$$

B. Exemples

$$\sqrt{16} = 4 \quad \text{car} \quad 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

C. Attention

Remarque

On ne parle de racine carrée que pour un **nombre positif**.

D. Remarques

1. Remarque évidente

D'après la définition, pour a positif on a :

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

2. Remarque étonnante

Remarque

Le symbole des racines peut faire penser à un V, mais c'est un R stylisé : pas le R de « racine », celui de « **Radical** ». On emploie d'ailleurs aussi le mot « radicaux » pour parler des racines carrées.

E. À savoir !

D'après les instructions officielles, la maîtrise des carrés d'entiers est exigible jusqu'à $12^2 = 144$. Ceux qui les mémorisent jusqu'à $20^2 = 400$ gagneront du temps par la suite !

n	1	2	3	4	5	6	7
n^2	1	4	9	16	25	36	49

n	8	9	10	11	12	13
n^2	64	81	100	121	144	169

n	14	15	16	17	18	19	20
n^2	196	225	256	289	324	361	400

1. À quoi ça sert ?

a. **À calculer des carrés.** Un triangle de côtés 5 cm, 12 cm et 13 cm est-il rectangle ?

$$12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$13^2 = 169$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ce triangle est rectangle — et même sans calculatrice !

b. **À calculer des racines.**

$$\sqrt{121} = 11$$

Et toujours sans calculatrice !

II. Approfondissement

Remarque

On pourrait s'arrêter là : la suite n'est plus exigible. Mais elle répond à des questions que vous vous poserez !

A. Multiplication de racines

1. Propriété

Propriété

Le produit de deux racines est égal à la racine du produit. Pour a et b positifs :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

La démonstration est simple, en revenant à la définition.

B. Exemple de produit de racines

Montrer que le produit de la racine de 2 par la racine de 8 est égal à 4.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

C. Application : simplification de racines

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Vous commencez à comprendre l'affichage des calculatrices !

D. Quotient de racines

1. Propriété

Propriété

Le quotient de deux racines est égal à la racine du quotient. Pour a positif et b strictement positif :

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

E. Exemple de quotient de racines

Montrer que le quotient de la racine de 27 par la racine de 3 est égal à 3.

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

F. Application : écriture fractionnaire « propre »

Écrire $\sqrt{\frac{3}{2}}$ sous forme fractionnaire sans racine au dénominateur.

$$\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$