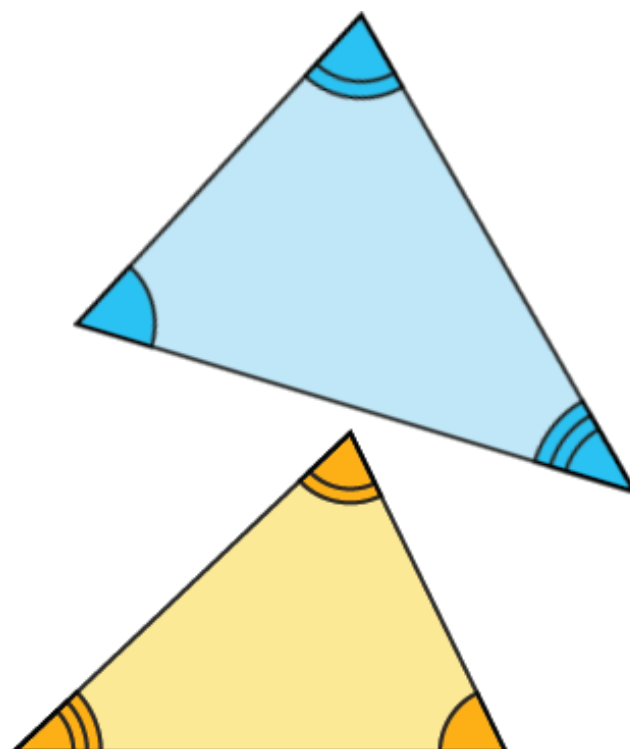


I. Triangles égaux et semblables

A. Définitions

Définition

Deux triangles sont **égaux** s'ils sont **superposables** (par déplacement, rotation ou retournement).
Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs trois angles sont égaux deux à deux.



Deux triangles égaux sont semblables, mais deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux (comme un chien est un mammifère, mais un mammifère n'est pas forcément un chien!).

B. Propriétés

Propriété

Si deux triangles sont **égaux**, alors ils ont leurs trois côtés et leurs trois angles égaux. Ils sont égaux dès qu'ils ont :

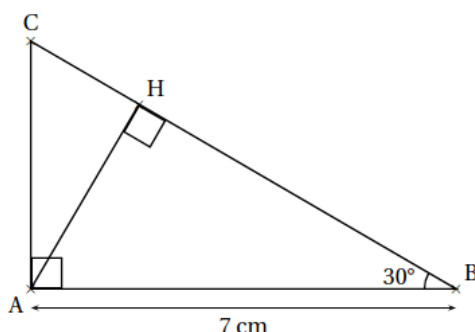
- un côté de même longueur et deux angles de même mesure ; ou
- deux côtés de même longueur et l'angle compris égal.

Propriété

Si deux triangles ont **deux angles égaux**, alors ils sont **semblables**. Si deux triangles sont semblables, alors l'un est l'**agrandissement** (ou la **réduction**) de l'autre, et leurs côtés sont **proportionnels**.

C. Exercice type Brevet (Pondichéry 2018)

ABC est rectangle en A, HAC est rectangle en H, avec $AH = 3,5$ cm et $AB = 7$ cm (le côté opposé à l'angle de 60°).



Semblables ? $\widehat{ACH} = \widehat{ACB}$ (angle commun) et chacun a un angle droit : ils ont deux angles égaux, donc ABC et HAC sont **semblables**.

Coefficient de réduction (côtés proportionnels) :

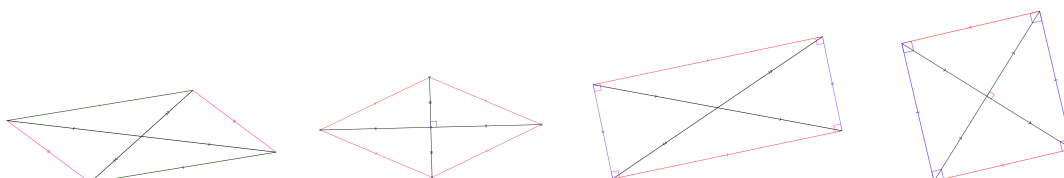
$$\frac{3,5}{7} = \frac{1}{2} = 0,5$$

II. Les quadrilatères

A. Définitions

Définition

Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés. Un **trapèze** a deux côtés parallèles (rectangle s'il a un angle droit). Un **parallélogramme** a ses côtés opposés parallèles. Un **rectangle** a quatre angles droits, un **losange** quatre côtés égaux, et un **carré** est à la fois rectangle et losange.



B. Propriétés du parallélogramme

Propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu et ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

C. Propriétés du losange, du rectangle, du carré

Propriété

Un **losange** est un parallélogramme dont les diagonales sont **perpendiculaires** (et les quatre côtés égaux). Un **rectangle** est un parallélogramme dont les diagonales sont de **même longueur** (et les quatre angles droits). Un **carré** est à la fois rectangle et losange : ses diagonales sont perpendiculaires *et* de même longueur.

D. Propriétés caractéristiques (réciproques)

Propriété

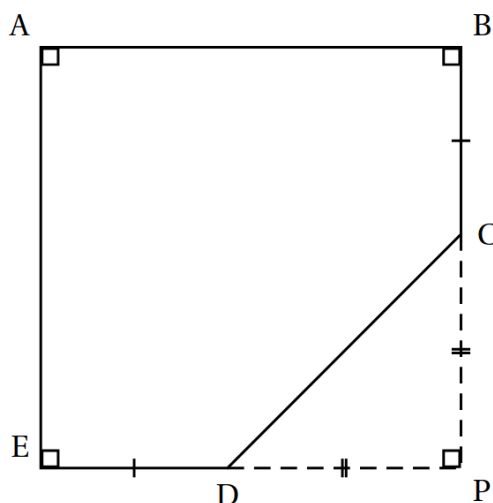
Un quadrilatère est un **parallélogramme** si ses diagonales se coupent en leur milieu, ou si ses côtés opposés sont parallèles, ou s'ils sont égaux.

Propriété

Un parallélogramme est un **rectangle** si ses diagonales sont de même longueur, ou s'il a un angle droit. Un parallélogramme est un **losange** si ses diagonales sont perpendiculaires, ou si deux côtés consécutifs sont égaux. Un parallélogramme rectangle *et* losange est un **carré**.

E. Exercice type Brevet (Polynésie 2019)

On donne $PC = PD = 1,30$ m, $ED = BC = 40$ cm, avec E, D, P alignés et B, C, P alignés.



Justifier que ABPE est un carré. ABPE a quatre angles droits : c'est un **rectangle** (donc un parallélogramme). Ce parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux : c'est donc un **losange**. Étant rectangle et losange, ABPE est un **carré**.