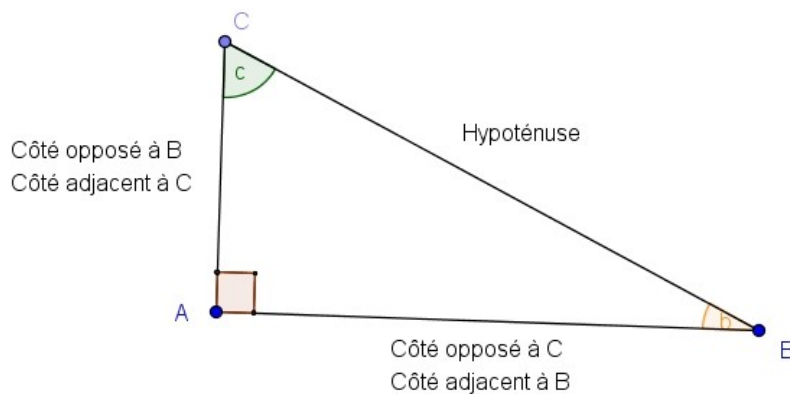


# Trigonométrie dans le triangle rectangle

## I Relations trigonométriques dans le triangle rectangle

### A Avant propos



Dans le triangle rectangle ABC,  $\hat{A}$  est l'angle droit, le côté opposé à  $\hat{A}$  (en face de  $\hat{A}$ ) est [BC], c'est l'**hypoténuse**.

Si on s'intéresse à l'angle  $\hat{B}$  :

[AC] est le côté opposé à l'angle  $\hat{B}$   
[AB] est le côté adjacent à l'angle  $\hat{B}$

Si on s'intéresse à l'angle  $\hat{C}$  :

[AC] est \_\_\_\_\_  
[AB] est \_\_\_\_\_

### B. Formules

Dans ABC un triangle rectangle en A, le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle aigu  $\hat{B}$  sont donnés par les formules suivantes:

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB}$$

On a de même:

$$\cos \hat{C} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{C}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\tan \hat{C} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

### C Mnémotechnie

SOH CAH TOA n'est pas une formule magique mais un moyen mnémotechnique pour retenir les formules ci-dessus:

SOH: Sinus Opposé Hypoténuse

CAH: Cosinus Adjacent Hypoténuse

TOA: Tangente Opposé Adjacent

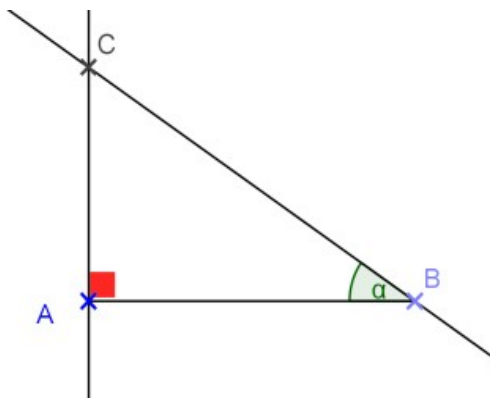
### D Exemple

(Japon 96)

*ABC est un triangle rectangle en A.*

*On donne  $AB = 5 \text{ cm}$  et  $\hat{ABC} = 35^\circ$ .*

- *Construire la figure en vraie grandeur.*
- *Déterminer la longueur AC, arrondie au dixième de centimètre.*



Dans le triangle ABC, rectangle en A

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \text{ d'où}$$

$$AC = AB \times \tan \hat{B} = 5 \tan 35 \approx 3,5 \text{ cm}$$

**Remarque:**

On peut contrôler la vraisemblance du résultat: ( $3,5 < 5$  et  $35 < 45$ )

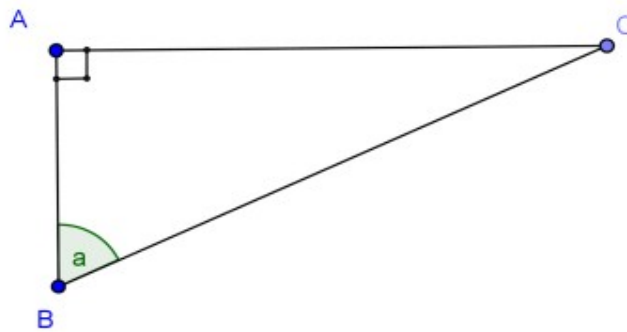
## II Relations entre sinus, cosinus et tangente

### A Relation fondamentale de la trigonométrie

Si  $a$  est un angle aigu d'un triangle rectangle:

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1$$

démonstration:



Dans ABC rectangle en A:

$$\cos^2 a + \sin^2 a = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$$

or d'après le théorème de Pythagore dans ABC rectangle en A:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\text{donc } \cos^2 a + \sin^2 a = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

## B Autre relation

si  $a$  est un angle aigu d'un triangle rectangle:

$$\frac{\sin a}{\cos a} = \tan a$$

démonstration:

$$\frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan a$$

## III Valeurs particulières

*En choisissant un triangle rectangle adapté aux différentes situations, vérifier (retrouver) dans le tableau les valeurs exactes suivantes.*

Angle $\hat{a}$	30°	45°	60°
Sin $\hat{a}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos $\hat{a}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tan $\hat{a}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

# OFFICIEL

## CONTENUS

Triangle rectangle : relations trigonométriques

## COMPETENCES EXIGIBLES

Connaître et utiliser dans le triangle rectangle des relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de 2 côtés du triangle.

Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées :

- du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné.
- de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente.

## COMMENTAIRES

*La définition du cosinus a été vue en 4<sup>ème</sup>. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules:*

$$\cos^2 a + \sin^2 a = 1 \quad \text{et} \quad \frac{\sin a}{\cos a} = \tan a$$

*On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal.*