PUISSANCES

I Définitions

A Carré

a étant un nombre relatif, on appelle carré de a, le nombre noté a^2 tel que :
$a^2 = aa$

Exemples :
$4^2=16$ $5^2=25$ $(-6)^2=36$

B Cube

a étant un nombre relatif, on appelle cube de a, le nombre noté a^3 tel que:
$a^3 = aaa$

Exemples :
$2^3=8$ $(-3)^3=-27$

C Généralisation pour n>1

a étant un nombre relatif et n un entier relatif n>1:
$a^n = aaa........aaa$ avec n fois le facteur a
On lit **a puissance n**, n est l'*exposant.*

D Convention

Par convention :

Un nombre non nul, élevé à la puissance 0 est égal à 1 :
$x^0=1$

Un nombre élevé à la puissance 1 est égal à lui même :
$x^1=x$

E Généralisation pour n<0

On généralise pour les entiers relatifs:

$$x^{-1}=\frac{1}{x} \quad , \quad x^{-2}=\frac{1}{x^2} \quad , \quad x^{-3}=\frac{1}{x^3} \quad \text{etc...}$$

remarque:

Au passage, on comprend la notation de l'inverse sur certaine calculatrice.

F Puissances, priorités et pièges classiques

La puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Ne pas confondre :

$$(-6)^2=(-6)\times(-6)=36 \quad \text{et} \quad -6^2=-6\times6=-36$$

II Exemples de calcul

A Un conseil pour commencer

Pour calculer avec des puissances, il est nécessaire de bien connaître la définition et d'y revenir aussi souvent que possible!

B Des produits...

1 Même nombre, exposants différents

$$7^3\times7^5=(7\times7\times7)\times(7\times7\times7\times7\times7)=7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7=7^8$$

En revenant à la définition, on s'aperçoit qu'il suffit d'ajouter les exposants!

2 Nombres différents, même exposant.

$$7^3\times5^3=7\times7\times7\times5\times5\times5=(7\times5)\times(7\times5)\times(7\times5)=(7\times5)^3=35^3$$

C Des quotients

1 Même nombre, exposants différents

$$\frac{7^3}{7^5}=\frac{7\times7\times7}{7\times7\times7\times7\times7}=\frac{1}{7\times7}=\frac{1}{7^2}=7^{-2}$$

$$\frac{7^5}{7^3}=\frac{7\times7\times7\times7\times7}{7\times7\times7}=\frac{7\times7}{1}=7^2$$

En revenant à la définition, on s'aperçoit qu'il suffit de soustraire les exposants!

2 Nombres différents, même exposant.

$$\frac{7^3}{5^3}=\frac{7\times7\times7}{5\times5\times5}=\frac{7}{5}\times\frac{7}{5}\times\frac{7}{5}=\left(\frac{7}{5}\right)^3$$

D Des puissances

$$(7^3)^5=7^3\times7^3\times7^3\times7^3\times7^3=7^{(3\times5)}=7^{15}$$

En revenant à la définition, on s'aperçoit qu'il suffit de multiplier les exposants!

III Puissances de 10, notation scientifique.

A Écriture décimale des puissances de 10

1 Deux exemples :

$10^3=10\times10\times10=1000$ exposant +3 et 3 zéros après le 1

$10^{-5}=\frac{1}{10^5}=\frac{1}{10\times10\times10\times10\times10}=\frac{1}{10000}=0{,}00001$ exposant -5 et 5 zéros avant le 1

2 A retenir :

Si n est un entier positif :

10^n est un nombre entier qui s'écrit avec un 1 suivi de n zéro(s)

10^{-n} est un nombre décimal qui s'écrit 0,00..001 ,il y a n zéros avant le 1.

B Écriture scientifique.

1 Définition :

L’écriture scientifique d’un nombre est de la forme:

$$a\times 10^n$$

où a est un nombre décimal tel que:

a n'a qu'un seul chiffre avant la virgule.

Ce chiffre n'est pas nul.

2 Exemples :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants:

$789=7{,}89\times 10^2$

$0{,}0258=2{,}58\times 10^{-2}$

C Ordre de grandeur

L' écriture scientifique d'un nombre permet d'avoir très rapidement une idée de l'ordre de grandeur d'un nombre.

156 000 000 000 000 000 000 est beaucoup moins parlant que

$1{,}56\times 10^{20}$ (pour le comparer avec un autre grand nombre par exemple)

OFFICIEL

CONTENU

Puissances d’exposant entier relatif.

Notation scientifique des nombres décimaux. Ordre de grandeur d’un résultat.

COMPETENCES EXIGIBLES

Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques pour des exposants très simples et pour des égalités telles que:

$$a^2 \times a^3 = a^5 \quad (ab)^2 = a^2 b^2 \quad \frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$$

où a et b sont des nombres relatifs non nuls.

Utiliser sur des exemples numériques, les égalités :

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \quad \frac{1}{10^n} = 10^{-n} \quad (10^m)^n = 10^{mn}$$

où m et n sont des entiers relatifs.

COMMENTAIRES

Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif, Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants simples sont utilisés.

Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application des formules.

En liaison avec les sciences expérimentales, en particulier avec la physique, qui abordent le domaine microscopique d'une part, l'échelle astronomique d'autre part, les activités insistent sur l'usage des puissances de 10.

A cet effet, les élèves utilisent largement la calculatrice, dont ils doivent maîtriser l'utilisation des touches correspondantes.