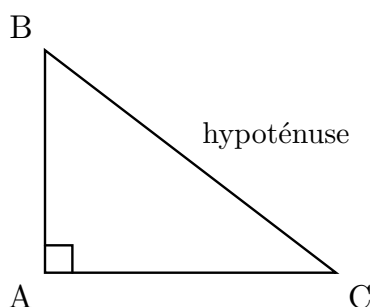


I. Calculer une longueur dans un triangle rectangle

A. Définition

Définition

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le plus grand côté ; c'est le côté **opposé à l'angle droit**.



B. Théorème de Pythagore

Théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

C. Exemples

1. RFA est rectangle en F, avec $RF = 3$ cm et $FA = 4$ cm. Calculons RA (l'hypoténuse). D'après le théorème de Pythagore :

$$RA^2 = RF^2 + FA^2$$

$$RA^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$RA = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

2. PIF est rectangle en I, avec $PI = 4$ cm et $PF = 7$ cm (PF est l'hypoténuse). Calculons IF :

$$PF^2 = PI^2 + IF^2$$

$$IF^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$$

$$IF = \sqrt{33} \approx 5,7 \text{ cm}$$

II. Démontrer qu'un triangle est rectangle

A. Réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est **rectangle** (et le plus grand côté est l'hypoténuse).



B. Exemple

HTJ tel que $HT = 12$ cm, $HJ = 13$ cm, $JT = 5$ cm. Quelle est sa nature ? On compare le carré du plus grand côté (HJ) à la somme des carrés des deux autres :

$$HJ^2 = 13^2 = 169$$

$$HT^2 + JT^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

Comme $HJ^2 = HT^2 + JT^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle HTJ est **rectangle en T**.

III. Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

ERT tel que $ER = 5$ cm, $RT = 4$ cm, $TE = 6$ cm. Est-il rectangle ? Le plus grand côté est TE :

$$TE^2 = 6^2 = 36$$

$$ER^2 + RT^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

Comme $TE^2 \neq ER^2 + RT^2$, le triangle ERT n'est **pas rectangle**.

Remarque

S'il l'était, l'égalité $TE^2 = ER^2 + RT^2$ serait vraie d'après le théorème direct de Pythagore.