

I. Définitions

A. Grandeur

Définition

Une **grandeur** est une caractéristique d'un objet qui se mesure ou se calcule : la masse, la longueur, l'aire, le volume, l'angle, la durée, la vitesse, le prix, le prix au kilo... Elle s'exprime dans une **unité** (le dg, le cm, le km², le cm³, le degré, le km/h ou l'euro).

B. Grandeurs proportionnelles

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Les quantités utilisées en cuisine sont très souvent proportionnelles au nombre de convives.

C. Tableau de proportionnalité

Quand ces valeurs proportionnelles sont rangées dans un tableau, on dit que c'est un **tableau de proportionnalité**. On fait des crêpes ?

Nombre de personnes	2	3	4	5
Quantité de farine (g)	130	195	260	325

On passe de la première ligne à la seconde en multipliant par 65 :

$$2 \times 65 = 130 \quad 3 \times 65 = 195 \quad 4 \times 65 = 260 \quad 5 \times 65 = 325$$

II. Compléter un tableau de proportionnalité

A. Avec le coefficient de proportionnalité

Une fois le coefficient connu, compléter le tableau est facile. Si on ne le connaît pas mais qu'on dispose d'un « pont » — une colonne où l'on connaît les deux grandeurs — un simple quotient le donne :

$$\frac{130}{2} = 65$$

Exemple

Compléter ce tableau de proportionnalité :

2	10
7	

Solution. Le coefficient est $\frac{7}{2} = 3,5$; le dernier nombre est donc $10 \times 3,5 = 35$.

B. Par passage à l'unité

Reprenons l'exemple des crêpes : puisqu'il faut 130 g de farine pour 2 personnes, il en faut $\frac{130}{2} = 65$ g pour une personne ; il suffit ensuite de multiplier par le nombre de personnes voulu.

Remarque

Le passage à l'unité donne aussi le coefficient de proportionnalité.

C. Par propriétés des tableaux de proportionnalité

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité, on peut :

- multiplier une colonne par un nombre ;
- diviser une colonne par un nombre non nul ;
- ajouter deux colonnes ;
- soustraire deux colonnes.

D'autres exemples sont proposés en exercices et activités.

III. Représenter une situation

A. L'expression « en fonction de »

Quand une grandeur **dépend** d'une autre, on dit qu'on l'étudie **en fonction de** cette autre grandeur.

Exemple

Des tomates sont vendues 3 € le kilogramme. Le prix à payer dépend de la masse achetée : on étudie donc le **prix en fonction de la masse**.

B. Le tableau de valeurs

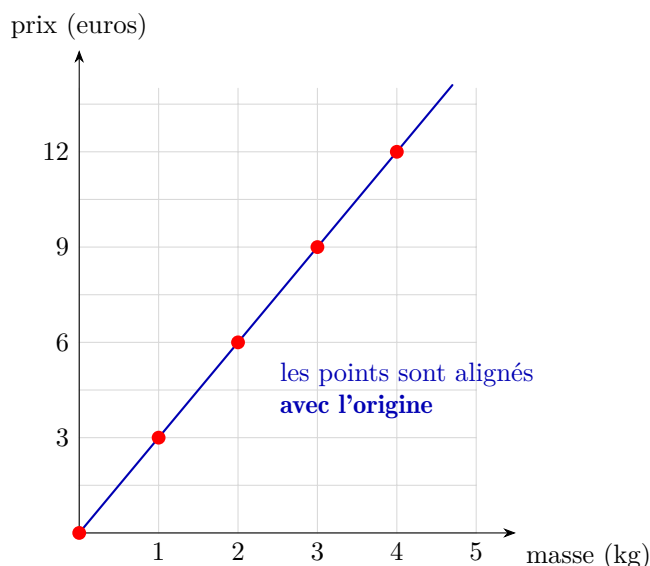
On organise les valeurs dans un **tableau de valeurs** : la grandeur dont tout dépend (ici la masse) va sur la **première ligne**.

Masse (en kg)	1	2	3	4
Prix (en €)	3	6	9	12

Ici, le prix s'obtient par la **formule** : $\text{prix} = 3 \times \text{masse}$.

C. Du tableau au graphique

Chaque colonne du tableau donne un **point** : la masse se lit en abscisse, le prix en ordonnée. Le couple (2 ; 6) donne le point d'abscisse 2 et d'ordonnée 6. On place ainsi les quatre points dans un repère.



D. Reconnaître la proportionnalité sur un graphique

Propriété

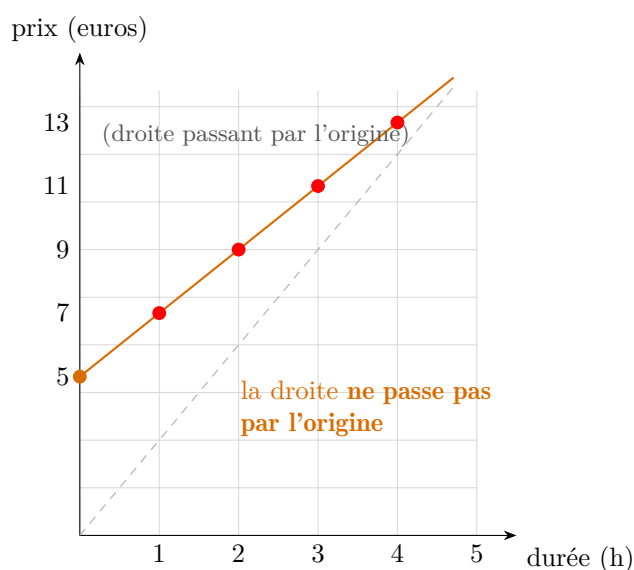
Une situation est une situation de **proportionnalité** lorsque les points sont **alignés** *et* que la droite qui les porte **passe par l'origine** du repère.

Sur le graphique précédent, les quatre points sont alignés avec l'origine : le prix est bien proportionnel à la masse. Le coefficient de proportionnalité, 3, se lit d'ailleurs sur le point d'abscisse 1.

E. Un contre-exemple

Un vélo se loue 5 € (frais de dossier), puis 2 € par heure.

Durée (en h)	1	2	3	4
Prix (en €)	7	9	11	13



Les points sont bien alignés... mais la droite **ne passe pas par l'origine** : ce n'est **pas** une situation de proportionnalité. Le tableau le confirme : $7 : 1 = 7$ alors que $9 : 2 = 4,5$ — il n'y a pas de coefficient de proportionnalité.

Remarque

Attention, c'est le piège classique : des points alignés ne suffisent pas ! Il faut aussi que la droite passe par l'origine. Et si les points ne sont **pas alignés du tout**, la situation n'est pas proportionnelle non plus.