Symétrie centrale

Cycle 4 — Cinquième · Géométrie

LEC5SYMC

Le demi-tour, aussi appelé symétrie centrale, est la transformation qui fait tourner une figure d'un demi-tour (180°) autour d'un point appelé le centre. Dans cette leçon, les deux mots désignent la même chose.

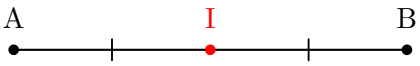
I. Symétrique d'un point

A. Définition

Définition

Le **demi-tour** (ou **symétrie centrale**) de centre I associe à un point A le point A′, appelé **symétrique de A par rapport à I**, tel que I soit le **milieu** du segment $[AA']$.

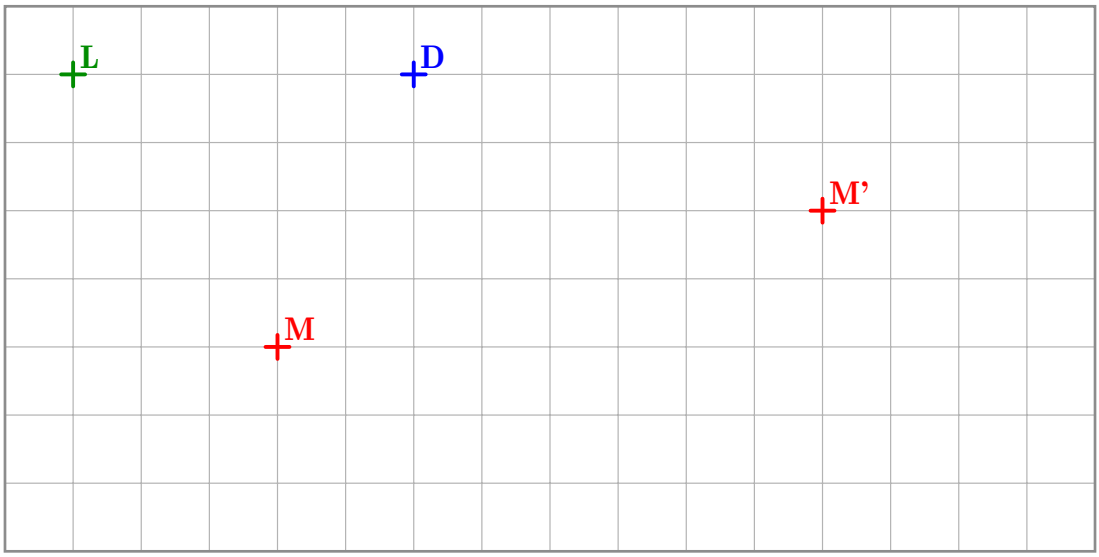
Autrement dit : soit un segment $[AB]$ et son milieu I, on dit que A et B sont symétriques par rapport à I.



B. Exercice témoin : symétrique par rapport à un point sur quadrillage

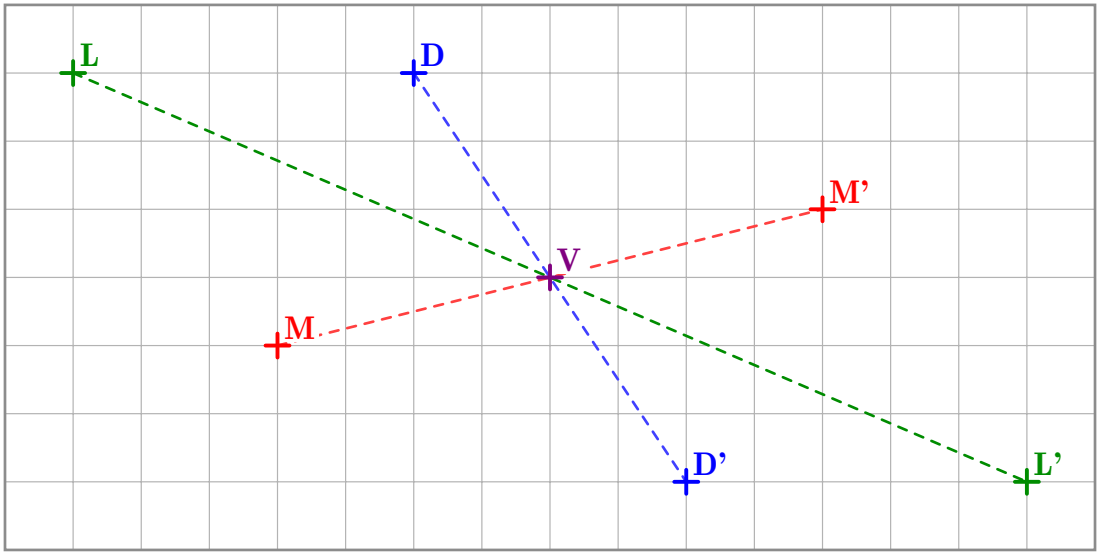
Les points M et M′ sont symétriques par rapport à un point V.

1. Réaliser cette figure et placer le point V.
2. Placer les symétriques D′ et L′ des points D et L par rapport au point V.



1. Correction

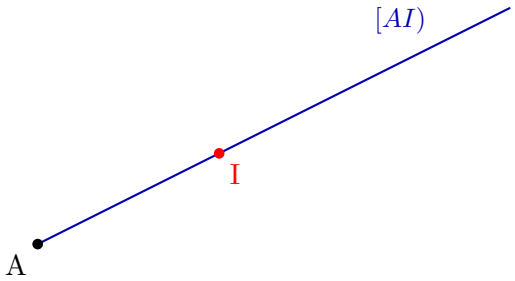
V est le **milieu** de $[MM']$: on le place à l'intersection des lignes du quadrillage. Pour D′, on reproduit à partir de V le déplacement qui va de D à V ; on fait de même pour L′.



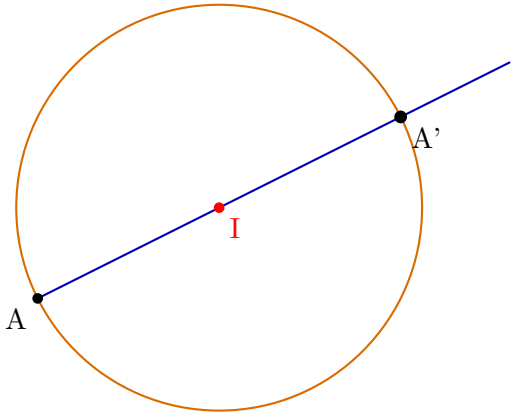
C. Construction du symétrique d'un point par rapport à un point

Traçons le symétrique de A par rapport à I.

1. On commence par tracer la demi-droite $[AI)$, que l'on prolonge suffisamment.

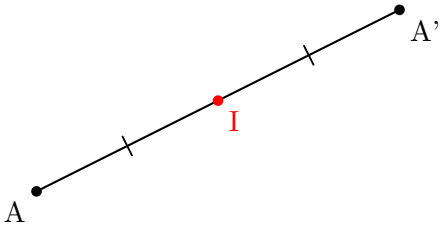


2. Le cercle de centre I et de rayon IA recoupe la demi-droite $[AI)$ en A′.



cercle de centre I et de rayon IA

3. On n'oublie pas de coder !



I est le milieu de $[AA']$: on code $IA = IA'$

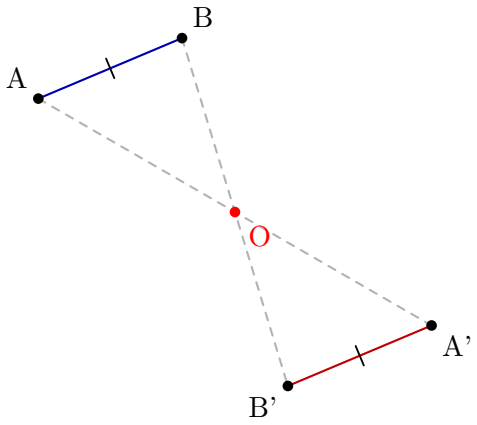
II. Symétrique d'un segment, d'une droite

A. Le segment

Propriété

L'image d'un segment par un demi-tour (symétrie centrale) est un segment de **même longueur**.

Pour construire le symétrique du segment $[AB]$ par le demi-tour de centre O, il suffit de tracer le segment $[A'B']$, où A′ et B′ sont les symétriques respectifs de A et B.

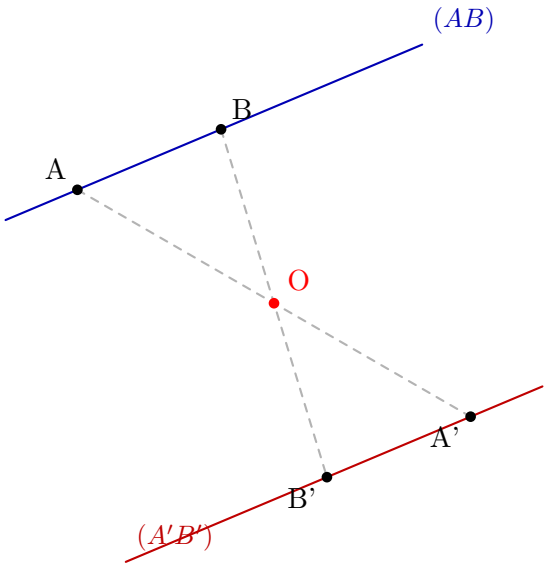


B. La droite

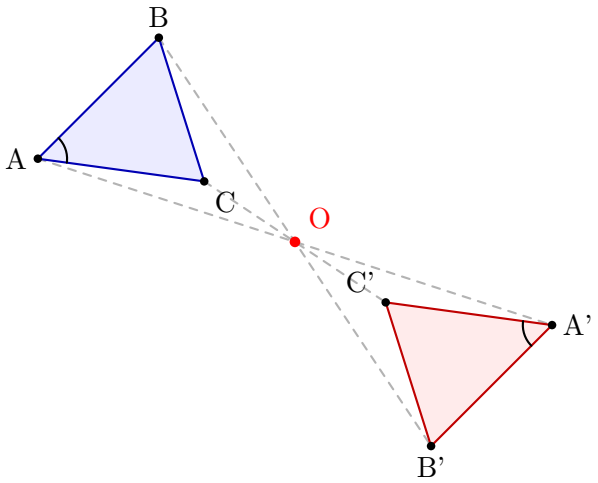
Propriété

L'image d'une droite par un demi-tour (symétrie centrale) est une droite qui lui est **parallèle**.

Pour construire le symétrique de la droite (AB) par le demi-tour de centre O, il suffit de tracer la droite $(A'B')$, où A′ et B′ sont les symétriques respectifs de A et B.



III. Propriétés du demi-tour



Propriété

1. Le demi-tour (symétrie centrale) conserve les **longueurs** : l'image d'un segment est un segment de même longueur.

2. Le demi-tour conserve la **mesure des angles** : l'image d'un angle est un angle de même mesure.

3. Le demi-tour conserve les **périmètres**.

4. Le demi-tour conserve les **aires**.

Remarque

Une figure et son image par un demi-tour se superposent exactement : on dit que le demi-tour conserve la **forme** et les **dimensions** de la figure.