Triangles et angles

I. Angles et activité

A. Les différents types d'angles

C. Les différents types d'angles

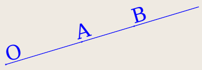
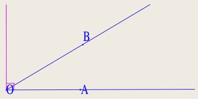
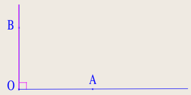
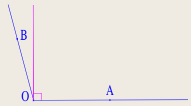
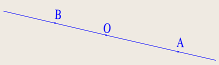
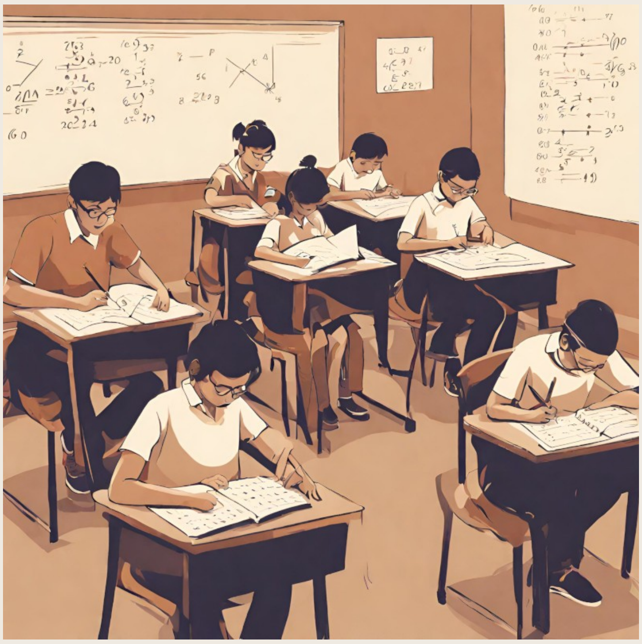
$\widehat{AOB}$	Angle nul	Angle aigu	Angle droit	Angle obtus	Angle plat
Figure					
Mesure	0°	Entre 0 et 90°	90°	Entre 90° et 180¨	180°
Remarques :	A, O et B sont alignés	Plus petit qu'un "droit"	(OA) et (OB) sont perpendiculaires	Plus grand qu'un "droit"	A, O et B sont alignés Et O est entre A et B

Tableau en vectoriel (zoomer sans déformation)



B. Activité

Tracer un triangle dans le cahier d'exercices tel que deux de ses angles soient obtus.

Bilan.

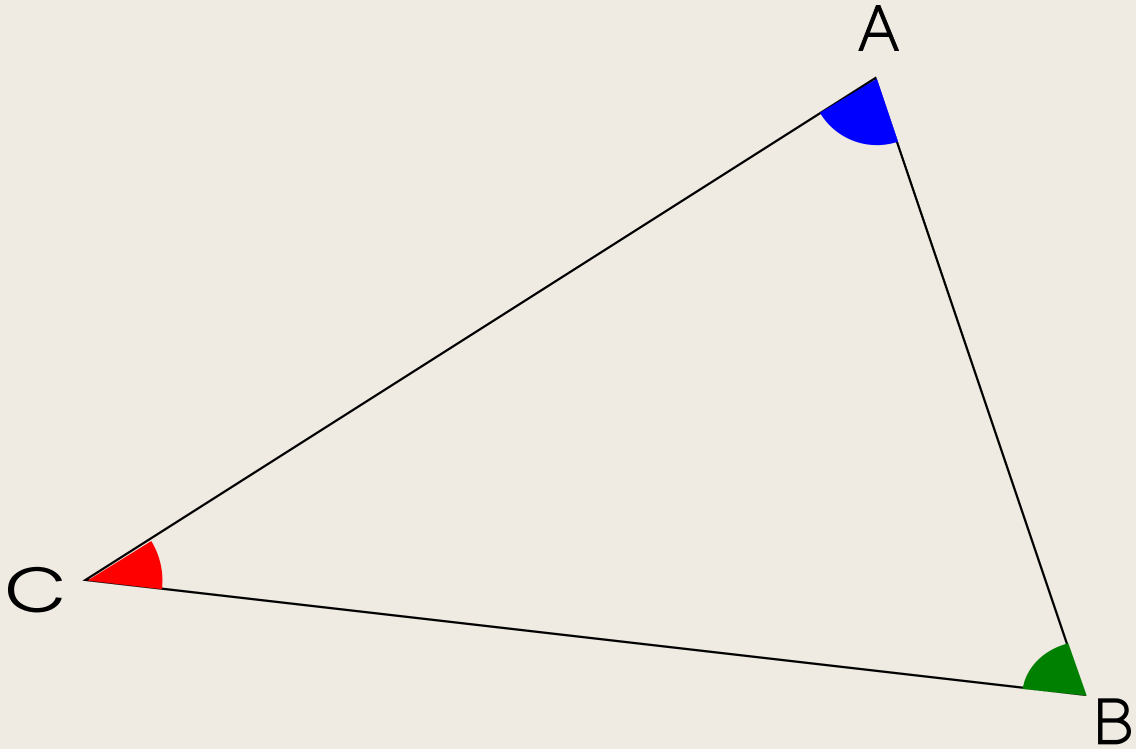
Et oui, c'est impossible. Pourquoi ?

Débat

II. La somme des angles d'un triangle

A Propriété.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.



$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180°$$

(Démonstration plus tard dans la progression, après avoir vu la symétrie centrale)

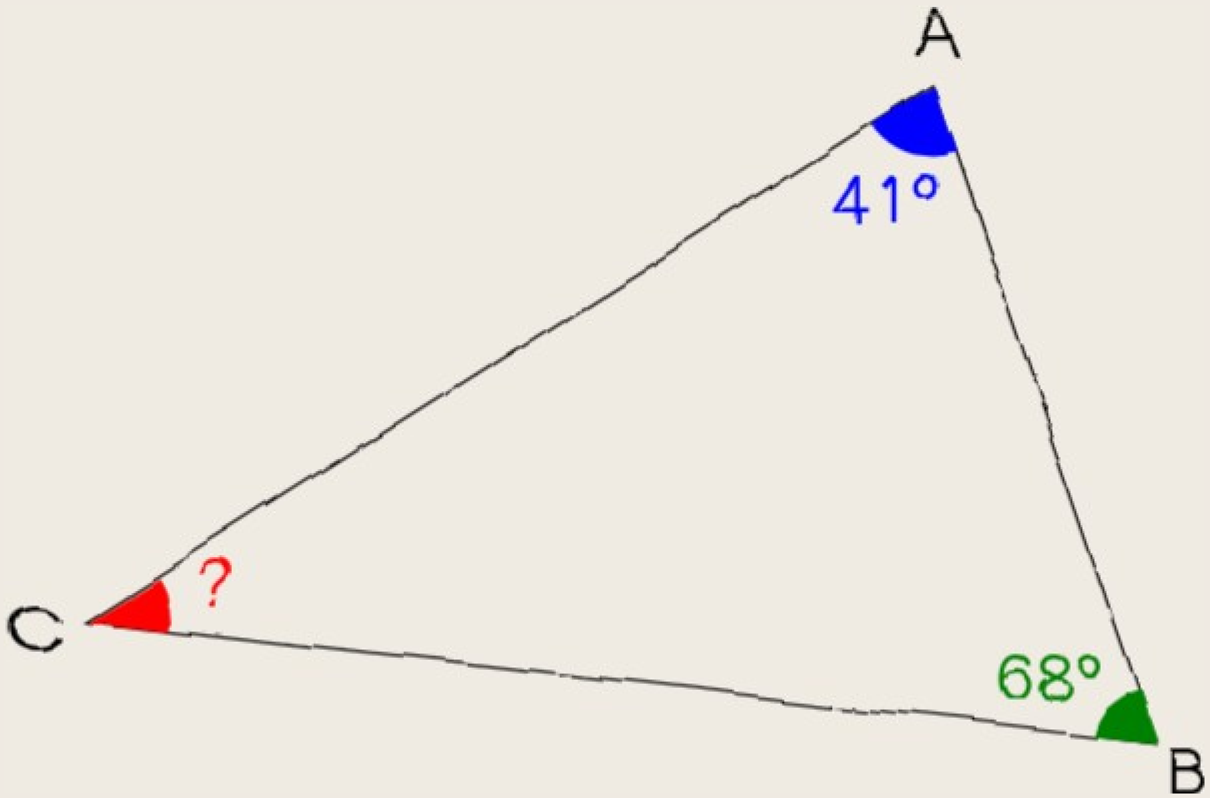
B. Conséquence.

Il est donc évident que l'activité proposée avant était vouée à l’échec ! Un triangle avec deux angles obtus n'existe pas ! La somme de leurs mesures serait déjà supérieure à 180°!

III. Exemples de calcul d'angles dans quelques triangles :

A. Dans un triangle quelconque

A. Dans un triangle quelconque, si on connaît deux angles, on peut en déduire le troisième :



Dans le schéma ci-dessus (les mesures d'angles ne sont pas respectées) **la somme des angles est 180°**

$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180°$$
$$41°+68°+\widehat{C}=180°$$
$$109°+\widehat{C}=180°$$
$$\widehat{C}=180°-109°$$
$$\widehat{C}=71°$$

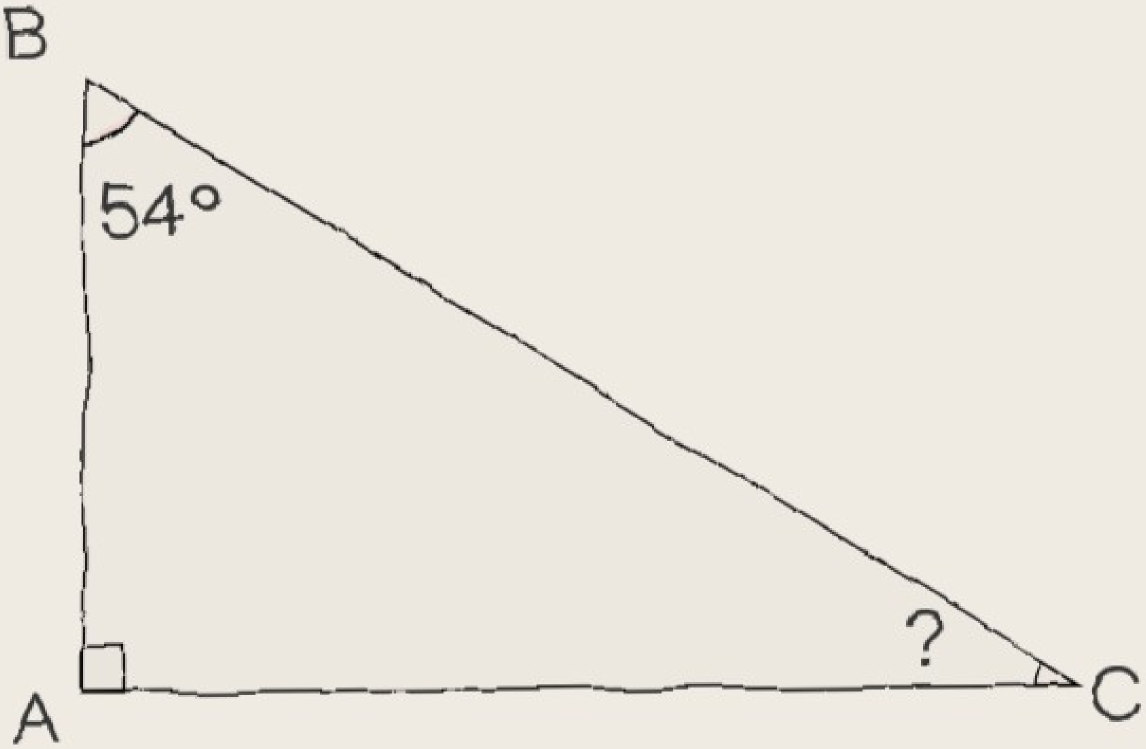
B. Dans un triangle rectangle.

1. Exercice classique

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC}=54°$.

Après avoir fait un schéma, calculer $\widehat{BCA}$.

2. Correction :



Dans le schéma ci-dessus (les mesures d'angles ne sont pas respectées) **la somme des angles est 180° :**

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$90^\circ + 54^\circ + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$144^\circ + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$\widehat{C} = 180^\circ - 144^\circ$$

$$\boxed{\widehat{C} = 36^\circ}$$

3. Remarque

a. Définition

On appelle angles complémentaires deux angles dont la somme est 90°.

b. propriété

Dans un triangle rectangle les angles aigus sont complémentaires.

c. Méthode alternative

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ$$

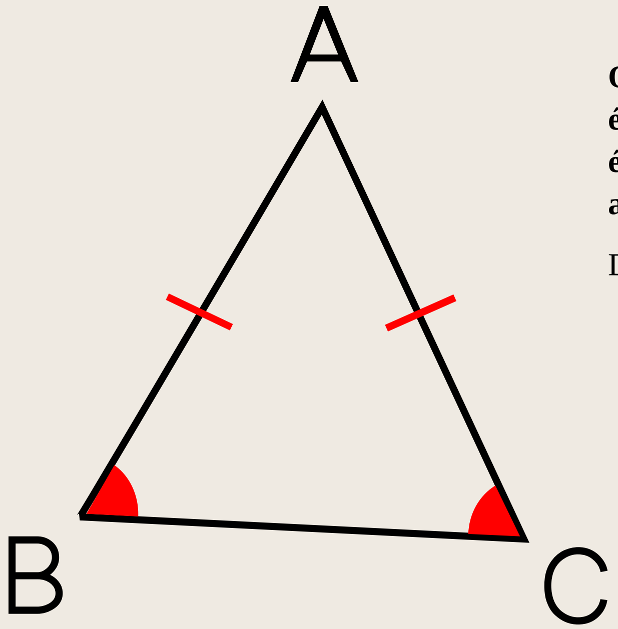
$$54^\circ + \widehat{C} = 90^\circ$$

$$\widehat{C} = 90^\circ - 54^\circ$$

$$\boxed{\widehat{C} = 36^\circ}$$

C. Dans un triangle isocèle

1. Un peu de vocabulaire.

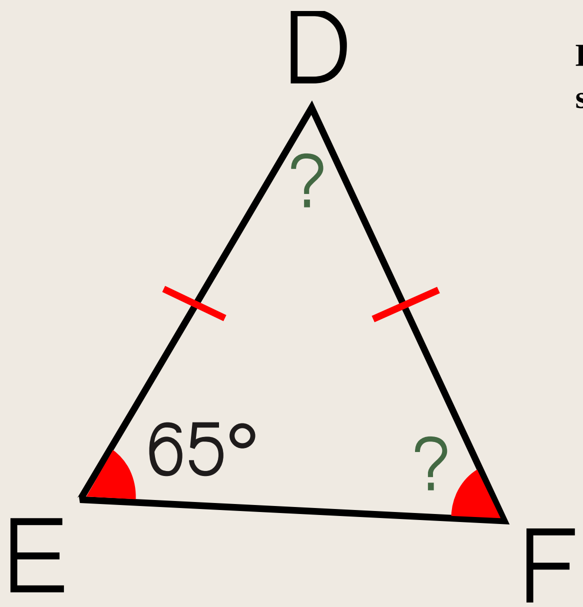


On appelle triangle isocèle un triangle qui a deux côtés égaux. Le point A est l'intersection de ces deux côtés égaux : c'est le sommet principal.. Les angles des deux autres sommets sont appelés angles de base.

Dans un triangle isocèle les angles de base sont égaux.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

2. Quand on connaît l'un des angles de base...



Dans le triangle DEF isocèle en D, les angles de base sont égaux et la somme des angles est 180°

$$\boxed{\widehat{DEF} = \widehat{DFE} = 65^\circ}$$

$$\widehat{DEF} + \widehat{DFE} + \widehat{EDF} = 180^\circ$$

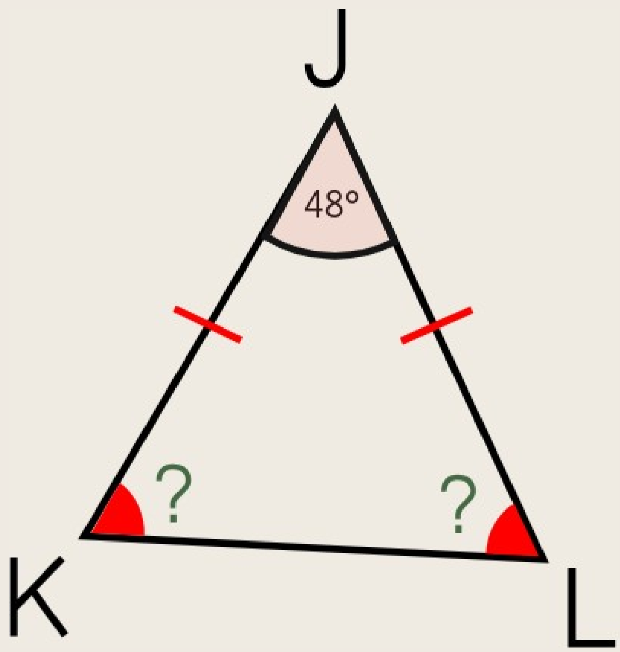
$$65^\circ + 65^\circ + \widehat{EDF} = 180^\circ$$

$$130^\circ + \widehat{EDF} = 180^\circ$$

$$\widehat{EDF} = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\boxed{\widehat{EDF} = 50^\circ}$$

3. Quand on connaît l'angle du sommet principal



Dans le triangle JKL isocèle en J la somme des angle est 180°et les angles de bases sont égaux :

$$\widehat{KJL} + \widehat{JLK} + \widehat{LKJ} = 180^\circ$$

$$\widehat{JLK} = \widehat{LKJ}$$

d’où :

$$\widehat{KJL} + 2 \times \widehat{JLK} = 180^\circ$$

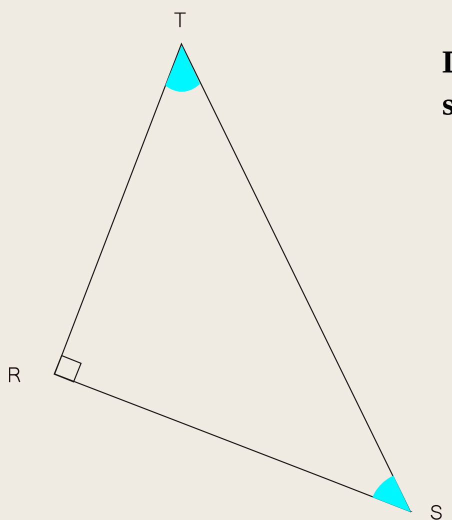
$$48^\circ + 2 \times \widehat{JLK} = 180^\circ$$

$$2 \times \widehat{JLK} = 180^\circ - 48^\circ$$

$$2 \times \widehat{JLK} = 132^\circ$$

$$\boxed{\widehat{JLK} = \widehat{LKJ} = \frac{132}{2} = 66^\circ}$$

D. Le triangle rectangle isocèle.



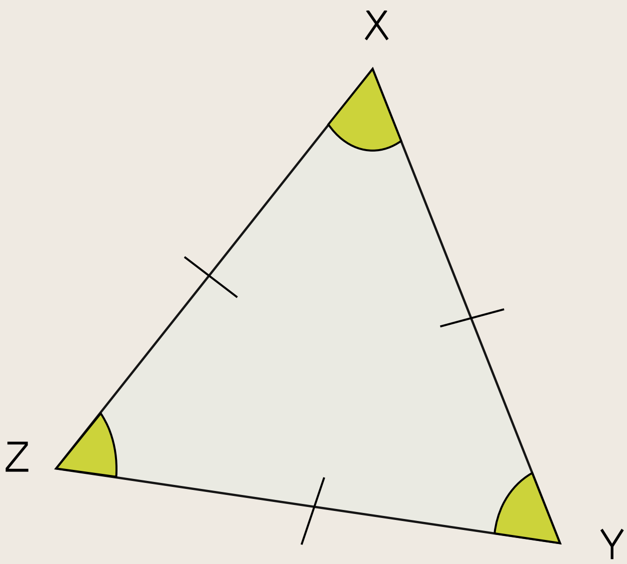
Dans le triangle RTS rectangle et isocèle en R, les angles de base sont égaux et complémentaires :

$$\widehat{RTS} = \widehat{RST}$$

$$\widehat{RTS} + \widehat{RST} = 90^\circ$$

$$\boxed{\widehat{RTS} = \widehat{RST} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ}$$

E. Le triangle équilatéral



Les trois angles du triangle équilatéral XYZ sont égaux et leur somme est 180° , d'où :

$$\boxed{\widehat{ZXY} = \widehat{XYZ} = \widehat{YZX} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ}$$

OFFICIEL :

L’élève connaît et utilise :

- le codage des figures;
- les caractérisations angulaires du parallélisme (angles alternes internes, angles correspondants) ;
- la somme des angles d’un triangle;
- l’inégalité triangulaire;
- une définition et une propriété caractéristique du parallélogramme.