Fractions décimales. Division décimale

I. Fraction décimale

A. Définition

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est égal à 10, 100, 1 000, etc (le chiffre 1 suivi de un ou plusieurs zéros)

B. Exemples

Les fractions suivantes sont des fractions décimales :

$$\frac{3}{1\ 000}\ ;\ \frac{48}{10\ 000}\ ;\ \frac{145}{10}$$

C. Une fraction décimale est une façon alternative d'écrire un nombre décimal :

$$\frac{3}{1\ 000}=0{,}003$$

```
Dans ce nombre décimal 3 est le chiffre des millièmes et aussi le nombre de millièmes.
```

$$\frac{48}{10\ 000}=0{,}0048$$

```
Ici 8 est le chiffre des dix-millièmes et 48 le nombre de dix-millièmes.
```

$$\frac{145}{10}=14{,}5$$

```
Et là, 5 est le chiffre des dixièmes et 145 le nombre de dixièmes.
```

D. Un peu d'histoire

Les Arabes ont joué un rôle crucial dans le développement des Mathématiques, notamment en matière de calcul. Vers le 10ème siècle, le mathématicien (et astronome) arabe Ibrahim ibn Sina, plus connu sous le nom d'Avicenne, a posé les bases de l'utilisation des fractions décimales. Il a compris l'intérêt de représenter des quantités plus petites que l'unité en utilisant des dixièmes, des centièmes, et ainsi de suite. Cette idée était révolutionnaire car elle s'appuyait sur notre système de numération décimal, basé sur le nombre 10.

Cependant, il a fallu attendre plusieurs siècles pour que la notation des nombres décimaux se standardise. La virgule, que nous utilisons aujourd'hui pour séparer la partie entière d'un nombre de sa partie décimale, n'a pas été adoptée immédiatement.

Différentes notations ont cohabité pendant un certain temps. Certains mathématiciens utilisaient un point, d'autres un petit cercle ou encore une barre verticale. C'est finalement la virgule qui s'est imposée, grâce notamment aux travaux de mathématiciens comme John Napier au 17ème siècle.

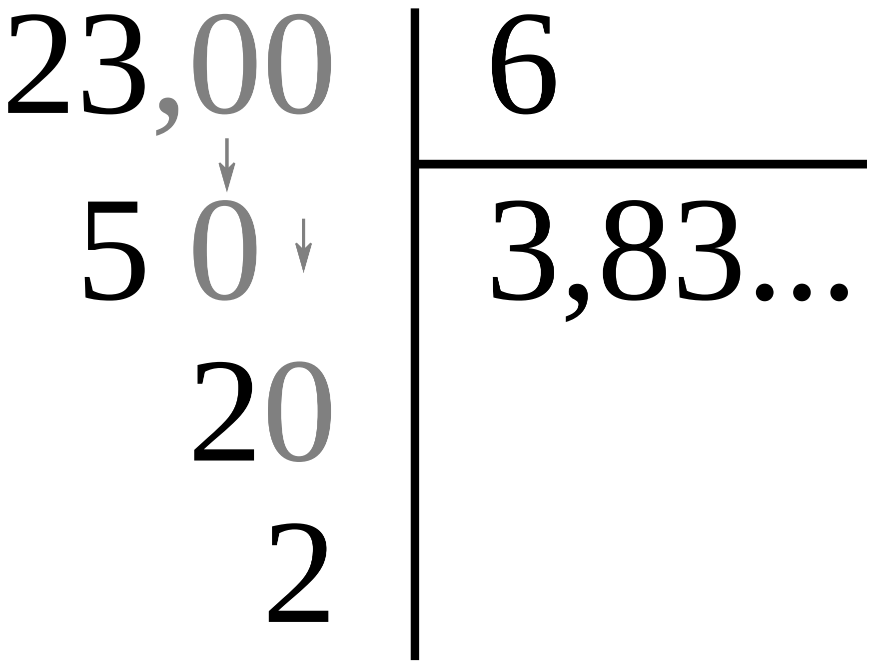
II. La division décimale

A. Définition

La division décimale est l'opération qui permet de calculer le quotient décimal (ou une valeur approchée de ce quotient) de deux nombres décimaux.

B. La division longue

L'algorithme de division non abrégée, encore appelé division longue, sert à déterminer une écriture décimale du quotient de deux nombres entiers. C'est une extension de la division euclidienne. D'un point de vue pratique, il consiste à continuer la procédure, en « descendant des zéros », les nouveaux chiffres calculés s'ajoutant après la virgule.



C. Remarque

Deux situations peuvent se présenter :

- On finit par avoir un reste nul : on obtient donc un nombre décimal ;
- On finit par retomber par un reste qui est déjà apparu auparavant : la division « ne se termine pas », elle boucle à l'infini ;

Dans ce dernier cas le quotient n'est pas décimal, on donne généralement un arrondi (ou une valeur approchée - par défaut ou excès - du quotient.)

D. Division de deux décimaux.

Un nombre décimal non entier au dividende ne pose pas de problème insurmontable. Plutôt que de "descendre des zéros", on commence par descendre le chiffre des dixièmes, des centièmes , des millièmes : etc...

$$\begin{array}{r|l} 23{,}120 & 6 \\ \cline{2-2} 5\,1 & 3{,}853... \\ 32 & \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

On règle la difficulté du nombre décimal non entier au diviseur en multipliant le dividende et le diviseur par 10, 100, 1000 ... de façon à retrouver un entier naturel.

Par exemple si on cherche le quotient

$\frac{2{,}312}{0{,}6}$, on remarque que $\frac{2{,}312}{0{,}6}=\frac{23{,}12}{6}\approx 3{,}853$