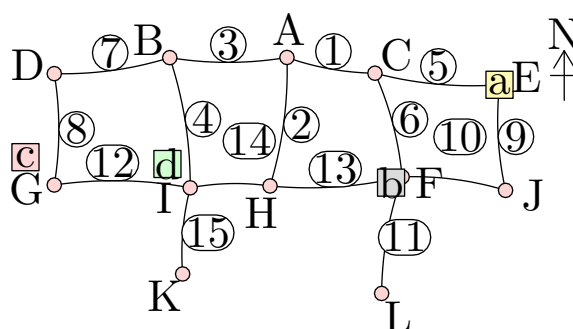




Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour E, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

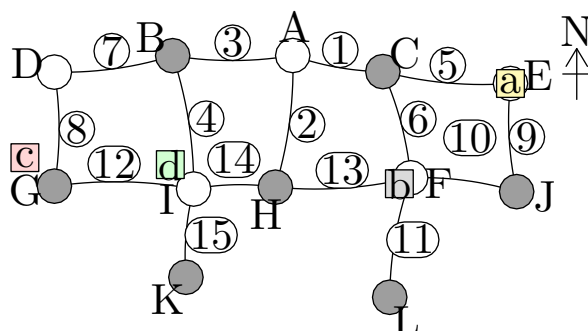
Les rues	⑨ passage du Marché	Ⓑ Rond-point du Pont	Ⓚ Placette des Ormes
① rue Verte	⑩ allée des Tilleuls	Ⓒ Rond-point du Stade	Ⓛ Place de l'Église
② chemin du Lavoir	⑪ impasse des Roses	Ⓓ Coin du Lavoir	Les bâtiments
③ rue des Jardins	⑫ rue de l'Église	Ⓔ Place Sainte-Croix	a l'école
④ rue du Pont	⑬ rue de la Poste	Ⓕ Rond-point des Vaches	b l'église
⑤ chemin de Ronde	⑭ chemin Creux	Ⓖ Fontaine Notre-Dame	c le lavoir
⑥ allée des Peupliers	⑮ impasse des Cerisiers	Ⓗ Carrefour de l'Hôpital	d la bibliothèque
⑦ chemin des Vignes	Les carrefours	① Rond-point de la Poste	
⑧ rue des Lilas	Ⓐ Carrefour du Moulin	Ⓜ Place du Marché	

Légende du plan

1. Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
2. Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
3. Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	B, C, G, H, J, K, L	7
clairs	A, D, E, F, I	5

Il y a 7 carrefours sombres et 5 clairs. Il y en a donc 2 de plus du côté des sombres.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 7 carrefours sombres et 5 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Une tournée n'a qu'un départ et qu'une arrivée : elle ne peut absorber qu'un carrefour sombre en trop. Il y en a 2.