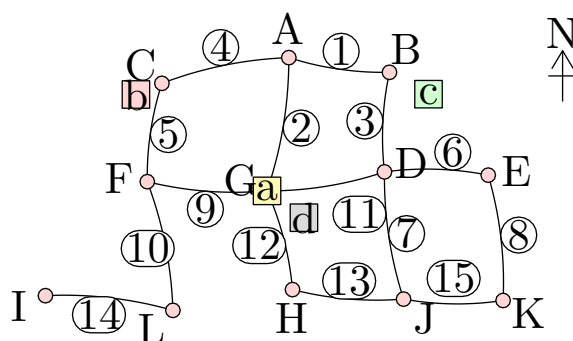




Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour G, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

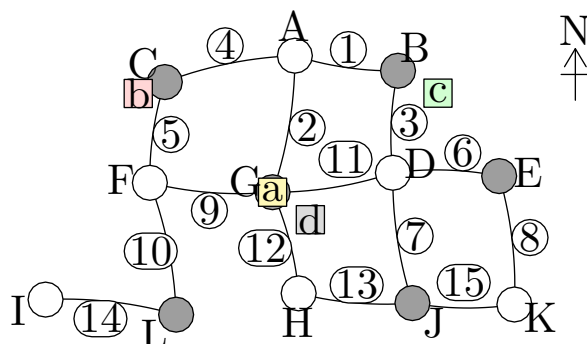
Les rues	⑨ rue des Jardins	Ⓑ Placette des Ormes	Ⓚ Coin du Lavoir
① rue de l'Église	⑩ allée des Peupliers	Ⓒ Place du Marché	Ⓛ Place Sainte-Croix
② sentier des Prés	⑪ chemin Creux	Ⓓ Carrefour des Tilleuls	Les bâtiments
③ rue Neuve	⑫ boulevard du Parc	Ⓔ Place de l'Église	a l'école
④ quai aux Fleurs	⑬ rue du Moulin	Ⓕ Rond-point de la Poste	b la boulangerie
⑤ rue de la Mairie	⑭ impasse des Cerisiers	Ⓖ Rond-point du Pont	c la salle des fêtes
⑥ rue du Puits	⑮ rue du Four	Ⓗ Place aux Herbes	d l'église
⑦ rue des Écoles	Les carrefours	① Place du Vieux-Puits	
⑧ rue Basse	Ⓐ Carrefour de l'Hôpital	Ⓙ Rond-point de la Gare	

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	B, C, E, G, J, L	6
clairs	A, D, F, H, I, K	6

Il y a 6 carrefours sombres et 6 clairs. Il y en a autant de chaque côté.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Si l'on retire le carrefour F, le quartier tombe en 2 morceaux : toute route de l'un à l'autre passe par lui. Un circuit qui reviendrait à l'école devrait donc s'y arrêter au moins deux fois — c'est interdit.

4.

Oui, à condition de ne pas revenir. Un trajet possible au départ de G :



Le car de ramassage

Problème — Fiche n°108



Le trajet du car

Le car sort de l'école et prend le **boulevard du Parc** ⑫ vers le sud jusqu'à Place aux Herbes (**H**).

Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**J**).

Il continue tout droit dans la **rue du Four** ⑮, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**K**).

Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑧, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (**E**).

Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**D**).

Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ③, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (**B**).

Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ①, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**A**).

Il continue tout droit dans le **quai aux Fleurs** ④, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**C**).

Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (**F**).

Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**L**).

Il tourne à droite dans l'**impasse des Cerisiers** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**I**).

Les 12 carrefours ont été desservis une fois chacun. Le car termine loin de l'école : c'est permis ici, mais pas à la question 3.