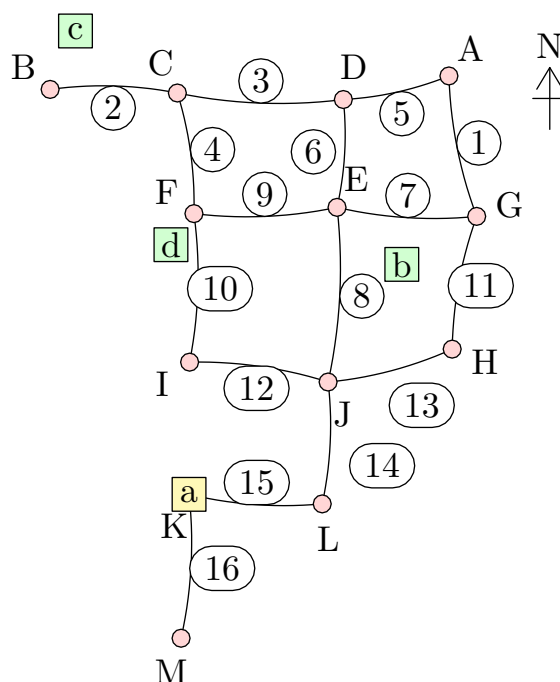




Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour K, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

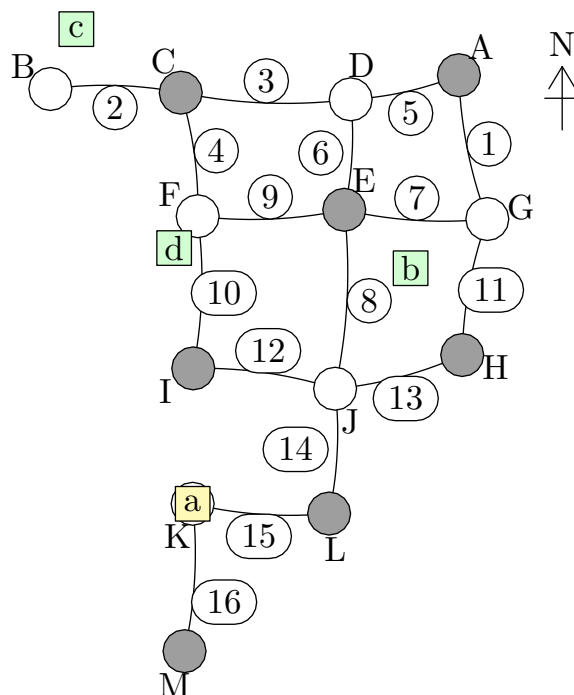
Les rues	⑨ rue Neuve	Ⓐ Place du Vieux-Puits	ⓙ Rond-point de la Poste
① rue du Pont	⑩ allée des Tilleuls	Ⓑ Place du Marché	Ⓚ Place des Tanneurs
② impasse Sainte-Anne	⑪ venelle du Chat	Ⓒ Rond-point des Vaches	Ⓛ Place de l'Église
③ rue de la Mairie	⑫ rue des Lilas	Ⓓ Carrefour de l'Hôpital	Ⓜ Place Sainte-Croix
④ rue des Jardins	⑬ chemin des Vignes	Ⓔ Carrefour Saint-Roch	Les bâtiments
⑤ rue du Moulin	⑭ rue du Puits	Ⓕ Rond-point du Pont	a l'école
⑥ boulevard du Parc	⑮ passage du Marché	Ⓖ Carrefour des Tilleuls	b la salle des fêtes
⑦ rue du Stade	⑯ impasse des Cerisiers	Ⓗ Fontaine Notre-Dame	c la mairie
⑧ sentier des Prés	Les carrefours	① Coin du Lavoir	d la bibliothèque

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	A, C, E, H, I, L, M	7
clairs	B, D, F, G, J, K	6

Il y a 7 carrefours sombres et 6 clairs. Il y en a donc 1 de plus du côté des sombres.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 13 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 7 carrefours sombres et 6 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Avec un carrefour sombre de plus, la tournée doit partir et arriver sur un carrefour sombre. Or l'école est en K, qui est clair.

Une tournée existe pourtant dans ce quartier : il suffirait d'installer l'école sur un carrefour sombre. Ce n'est pas le plan qui est en cause, c'est l'endroit d'où l'on part.