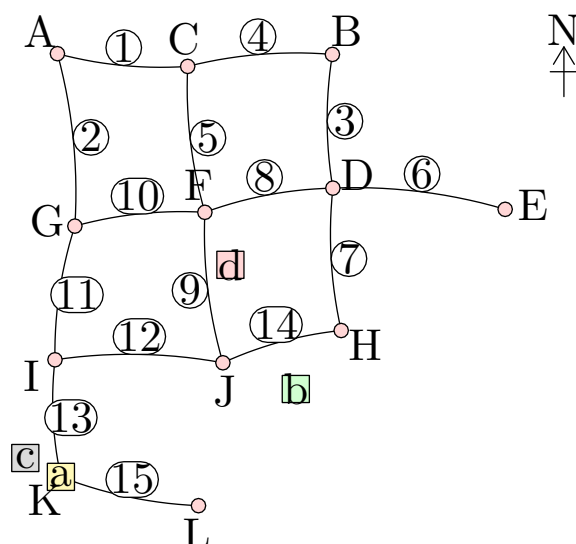




Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour K, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

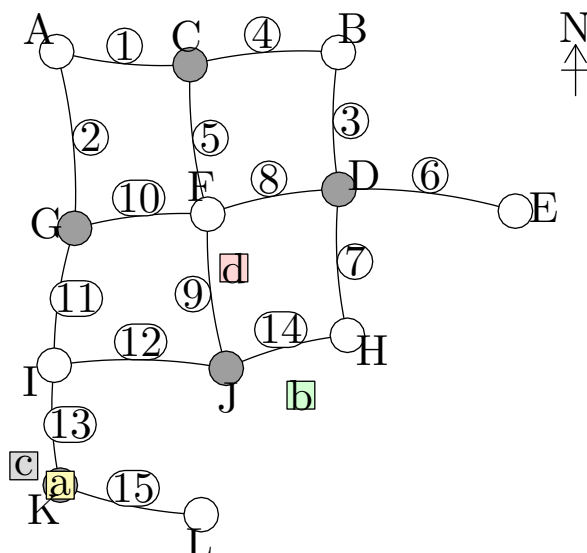
Les rues	⑨ rue Pasteur	Ⓑ Place de la Fontaine	Ⓚ Place de l'Église
① rue Verte	⑩ rue des Lilas	Ⓒ Carrefour du Lavoir	Ⓛ Coin du Lavoir
② quai aux Fleurs	⑪ sentier des Prés	Ⓓ Carrefour de l'Hôpital	Les bâtiments
③ rue Basse	⑫ allée des Tilleuls	Ⓔ Placette des Ormes	a l'école
④ chemin Creux	⑬ rue du Stade	Ⓕ Rond-point des Vaches	b la bibliothèque
⑤ chemin de Ronde	⑭ chemin des Vignes	Ⓖ Carrefour de la Mairie	c le stade
⑥ impasse du Puits	⑮ impasse du Vieux-Four	Ⓗ Place Sainte-Croix	d la pharmacie
⑦ avenue de la Gare	Les carrefours	① Carrefour Saint-Roch	
⑧ rue Haute	Ⓐ Place des Tanneurs	Ⓙ Rond-point du Stade	

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	C, D, G, J, K	5
clairs	A, B, E, F, H, I, L	7

Il y a 5 carrefours sombres et 7 clairs. Il y en a donc 2 de plus du côté des clairs.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 5 carrefours sombres et 7 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Une tournée n'a qu'un départ et qu'une arrivée : elle ne peut absorber qu'un carrefour clair en trop. Il y en a 2.