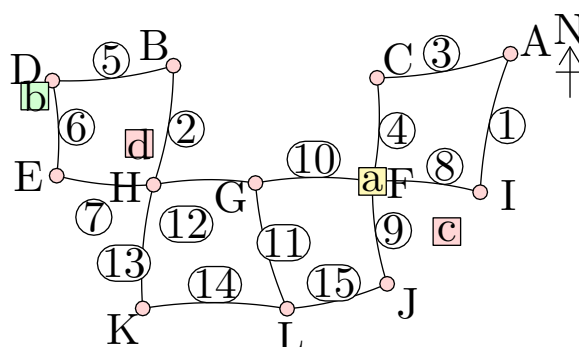




Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

## Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour F, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

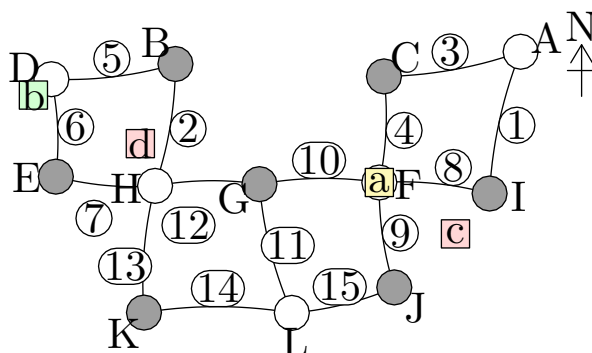
| Les rues             | ⑨ sentier des Prés     | Ⓑ Place de l'Église      | Ⓚ Place aux Herbes       |
|----------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ① rue de la Mairie   | ⑩ rue du Moulin        | Ⓒ Place des Tanneurs     | Ⓛ Carrefour de la Mairie |
| ② avenue de la Gare  | ⑪ chemin des Vignes    | Ⓓ Place du Marché        | Les bâtiments            |
| ③ rue des Écoles     | ⑫ boulevard du Parc    | Ⓔ Place de la Fontaine   | a l'école                |
| ④ quai aux Fleurs    | ⑬ passage du Marché    | Ⓕ Carrefour Saint-Roch   | b la mairie              |
| ⑤ chemin du Lavoir   | ⑭ venelle du Chat      | Ⓖ Carrefour des Tilleuls | c la pharmacie           |
| ⑥ rue Verte          | ⑮ rue Neuve            | Ⓗ Carrefour du Moulin    | d le lavoir              |
| ⑦ rue du Four        | Les carrefours         | Ⓜ Place Sainte-Croix     |                          |
| ⑧ allée des Tilleuls | Ⓐ Place du Vieux-Puits | Ⓜ Coin du Lavoir         |                          |

### Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

## Correction

### Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

| Couleur | Carrefours          | Nombre |
|---------|---------------------|--------|
| sombres | B, C, E, G, I, J, K | 7      |
| clairs  | A, D, F, H, L       | 5      |

Il y a 7 carrefours sombres et 5 clairs. Il y en a donc 2 de plus du côté des sombres.

2.

**Le raisonnement clé.** Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 7 carrefours sombres et 5 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Une tournée n'a qu'un départ et qu'une arrivée : elle ne peut absorber qu'un carrefour sombre en trop. Il y en a 2.