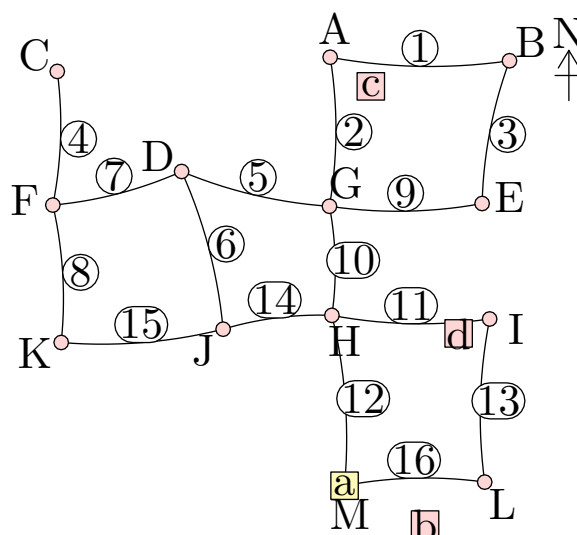


Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour M, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

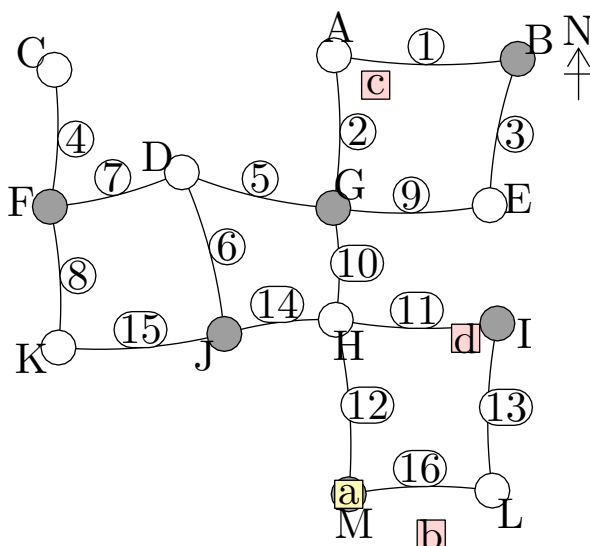
Les rues	⑨ rue Neuve	Ⓐ Placette des Ormes	ⓙ Carrefour Saint-Roch
① chemin des Vignes	⑩ rue Haute	Ⓑ Place du Vieux-Puits	Ⓚ Place de la Fontaine
② chemin Creux	⑪ rue Basse	ⓒ Place de l'Église	Ⓛ Place du Marché
③ sentier des Prés	⑫ avenue de la Gare	Ⓓ Rond-point de la Gare	Ⓜ Fontaine Notre-Dame
④ impasse des Roses	⑬ chemin du Lavoir	Ⓔ Place des Tanneurs	Les bâtiments
⑤ rue du Pont	⑭ rue des Écoles	Ⓕ Rond-point du Stade	a l'école
⑥ allée des Peupliers	⑮ boulevard du Parc	Ⓖ Rond-point des Vaches	b le marché couvert
⑦ rue du Four	⑯ rue du Stade	Ⓗ Carrefour du Moulin	c la pharmacie
⑧ rue du Moulin	Les carrefours	Ⓛ Place Sainte-Croix	d la boulangerie

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	B, F, G, I, J, M	6
clairs	A, C, D, E, H, K, L	7

Il y a 6 carrefours sombres et 7 clairs. Il y en a donc 1 de plus du côté des clairs.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 13 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 6 carrefours sombres et 7 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Avec un carrefour clair de plus, la tournée doit partir et arriver sur un carrefour clair. Or l'école est en M, qui est sombre.

Une tournée existe pourtant dans ce quartier : il suffirait d'installer l'école sur un carrefour clair. Ce n'est pas le plan qui est en cause, c'est l'endroit d'où l'on part.