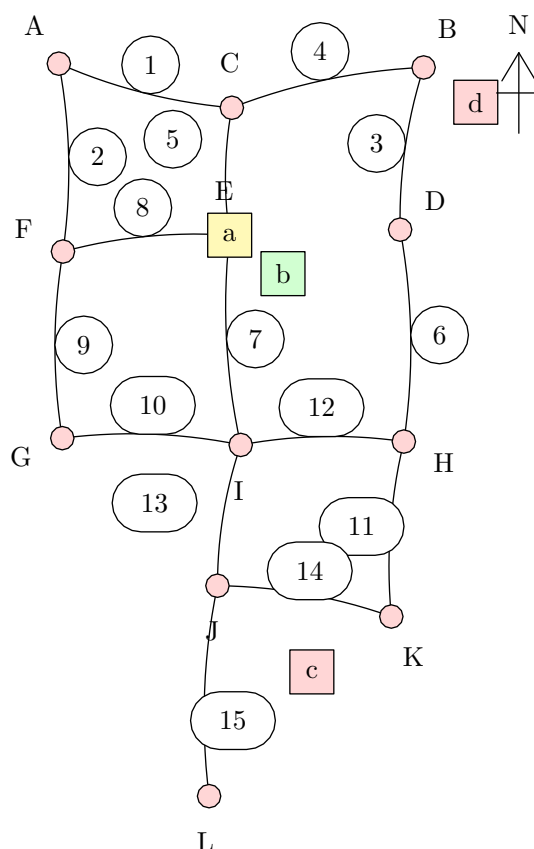


Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour E, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

Les rues	⑨ rue Neuve	Ⓑ Place des Tanneurs	Ⓚ Fontaine Notre-Dame
① rue des Écoles	⑩ chemin du Lavoir	Ⓒ Carrefour de la Mairie	Ⓛ Place de la Fontaine
② chemin Creux	⑪ rue du Stade	Ⓓ Place aux Herbes	Les bâtiments
③ rue Basse	⑫ passage du Marché	Ⓔ Carrefour du Lavoir	a l'école
④ rue du Moulin	⑬ venelle du Chat	Ⓕ Carrefour Saint-Roch	b la mairie
⑤ allée des Tilleuls	⑭ rue Pasteur	Ⓖ Coin du Lavoir	c la pharmacie
⑥ rue Haute	⑮ impasse Sainte-Anne	Ⓗ Carrefour de l'Hôpital	d la boulangerie
⑦ rue de l'Église	Les carrefours	Ⓘ Carrefour des Tilleuls	
⑧ rue du Four	Ⓐ Placette des Ormes	Ⓝ Rond-point du Pont	

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?



Le car de ramassage

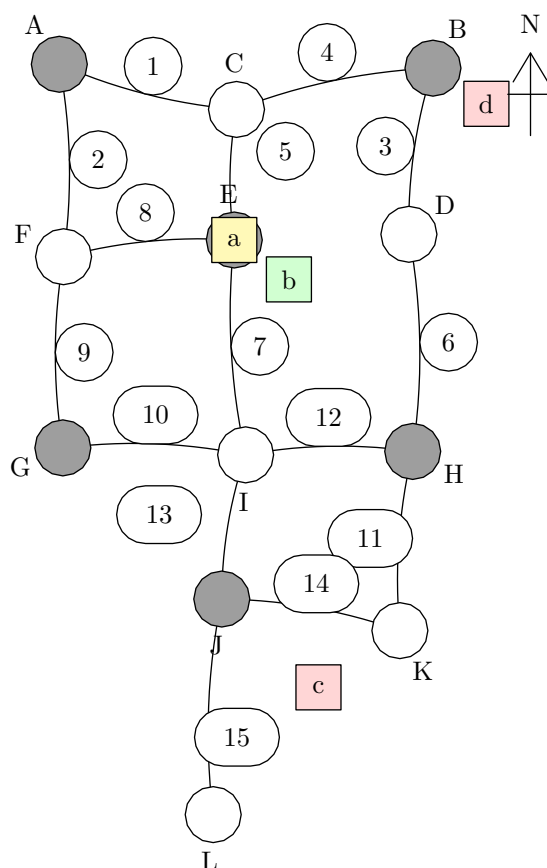
Problème — Fiche n°77



-
3. **Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ?** Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. **Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ?** Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	A, B, E, G, H, J	6
clairs	C, D, F, I, K, L	6

Il y a 6 carrefours sombres et 6 clairs. Il y en a autant de chaque côté.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Si l'on retire le carrefour J, le quartier tombe en 2 morceaux : toute route de l'un à l'autre passe par lui. Un circuit qui reviendrait à l'école devrait donc s'y arrêter au moins deux fois — c'est interdit.

4.

Oui, à condition de ne pas revenir. Un trajet possible au départ de E :



Le car de ramassage

Problème — Fiche n°77



Le trajet du car

Le car sort de l'école et prend la **rue de l'Église** ⑦ vers le sud jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**I**).

Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**G**).

Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).

Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ②, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (**A**).

Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ①, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**C**).

Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ④, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**B**).

Il tourne à droite dans la **rue Basse** ③, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**D**).

Il continue tout droit dans la **rue Haute** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**H**).

Il continue tout droit dans la **rue du Stade** ⑪, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**K**).

Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**J**).

Il tourne à gauche dans l'**impasse Sainte-Anne** ⑮, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**L**).

Les 12 carrefours ont été desservis une fois chacun. Le car termine loin de l'école : c'est permis ici, mais pas à la question 3.