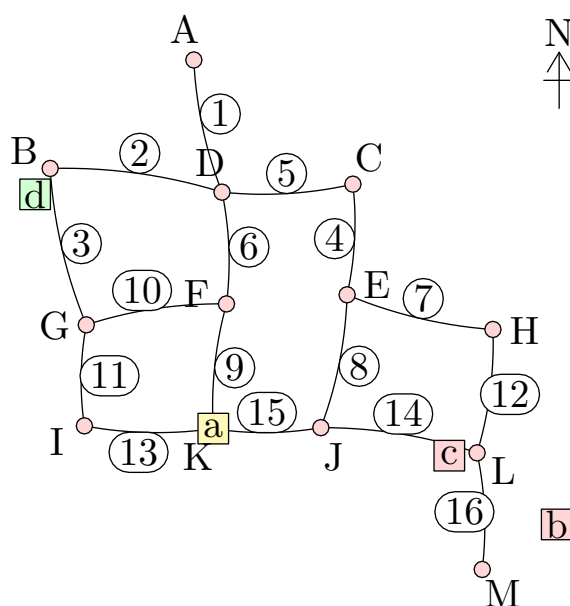


Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour K, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

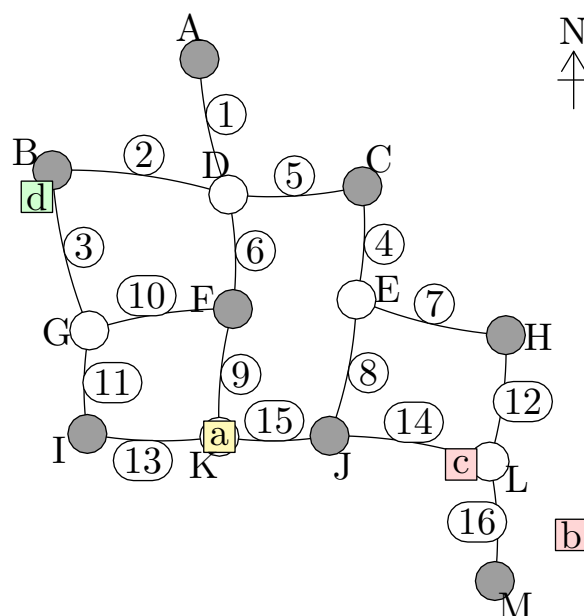
Les rues	⑨ rue de l'Église	Ⓐ Place aux Herbes	ⓙ Rond-point des Vaches
① impasse Verte	⑩ sentier des Prés	Ⓑ Coin du Lavoir	Ⓚ Rond-point du Stade
② rue Verte	⑪ allée des Tilleuls	Ⓒ Place Sainte-Croix	Ⓛ Carrefour du Moulin
③ avenue de la Gare	⑫ rue Basse	Ⓓ Carrefour de la Mairie	Ⓜ Place de la Fontaine
④ rue des Lilas	⑬ rue Neuve	Ⓔ Carrefour du Lavoir	Les bâtiments
⑤ rue des Écoles	⑭ rue Haute	Ⓕ Rond-point de la Poste	a l'école
⑥ rue du Pont	⑮ chemin des Vignes	Ⓖ Rond-point de la Gare	b la boulangerie
⑦ chemin Creux	⑯ impasse du Puits	Ⓗ Place de l'Église	c le marché couvert
⑧ rue du Moulin	Les carrefours	Ⓘ Place du Vieux-Puits	d la bibliothèque

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	A, B, C, F, H, I, J, M	8
clairs	D, E, G, K, L	5

Il y a 8 carrefours sombres et 5 clairs. Il y en a donc 3 de plus du côté des sombres.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 13 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Un circuit revient à son point de départ : il compte autant d'arrêts sombres que de clairs. Or ce quartier a 8 carrefours sombres et 5 clairs — c'est impossible.

4.

Non plus. Une tournée n'a qu'un départ et qu'une arrivée : elle ne peut absorber qu'un carrefour sombre en trop. Il y en a 3.