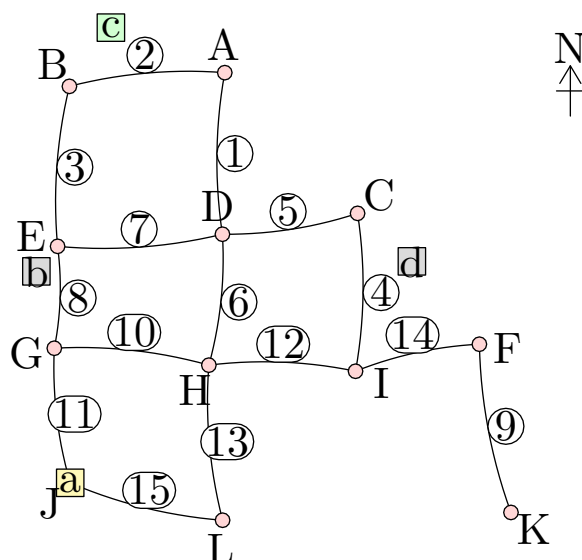


Un car de ramassage doit s'arrêter à chaque carrefour d'un quartier, une fois et une seule. Selon le plan c'est possible ou non — et un simple coloriage permet souvent de le dire d'avance, sans essayer.

Le car de ramassage



Le car part de l'école, au carrefour J, et doit s'arrêter à chaque carrefour exactement une fois. Il emprunte les rues qu'il veut et n'a pas à toutes les parcourir.

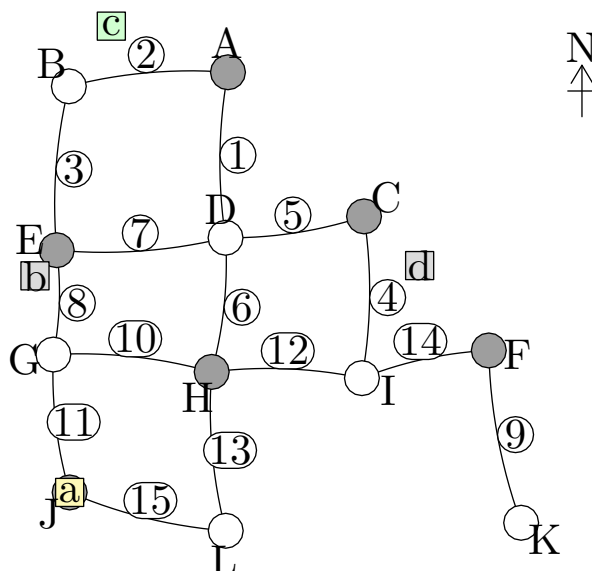
Les rues	⑨ impasse Verte	Ⓑ Place du Vieux-Puits	Ⓚ Place Sainte-Croix
① chemin Creux	⑩ chemin du Lavoir	Ⓒ Fontaine Notre-Dame	Ⓛ Placette des Ormes
② passage du Marché	⑪ boulevard du Parc	Ⓓ Rond-point du Pont	Les bâtiments
③ rue Neuve	⑫ allée des Tilleuls	Ⓔ Rond-point des Vaches	a l'école
④ rue Haute	⑬ sentier des Prés	Ⓕ Place aux Herbes	b l'église
⑤ rue des Écoles	⑭ allée des Peupliers	Ⓖ Rond-point de la Poste	c la salle des fêtes
⑥ chemin des Vignes	⑮ rue de l'Église	Ⓗ Carrefour Saint-Roch	d le stade
⑦ rue du Stade	Les carrefours	Ⓘ Rond-point de la Gare	
⑧ rue Basse	Ⓐ Place de l'Église	Ⓜ Place de la Fontaine	

Légende du plan

- Colorier les carrefours du plan avec **deux couleurs**, de sorte que deux carrefours **reliés par une rue** ne soient jamais de la même couleur. Combien y en a-t-il de chaque couleur ?
- Le car roule d'un carrefour au suivant. Que peut-on dire de la **couleur** des arrêts successifs ? Qu'en déduire sur les couleurs des arrêts d'une tournée qui les dessert tous ?
- Le car peut-il desservir tous les carrefours, une fois chacun, et revenir à l'école ? Si oui, décrire un trajet ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Et s'il n'est pas obligé de revenir à l'école ? Même consigne.

Correction

Le car de ramassage — Correction



Deux carrefours reliés par une rue n'ont jamais la même couleur.

1. Le coloriage est **forcé** : une fois la couleur d'un carrefour choisie, celle de tous les autres suit, de proche en proche.

Couleur	Carrefours	Nombre
sombres	A, C, E, F, H, J	6
clairs	B, D, G, I, K, L	6

Il y a 6 carrefours sombres et 6 clairs. Il y en a autant de chaque côté.

2.

Le raisonnement clé. Chaque rue relie un carrefour sombre à un carrefour clair. Donc à chaque fois que le car roule, il **change de couleur** : ses arrêts sont sombre, clair, sombre, clair... **en alternance**.

Une tournée qui dessert les 12 carrefours alterne donc les deux couleurs d'un bout à l'autre : elle en utilise autant de chaque, à un près. Et si elle en utilise un de plus d'une couleur, c'est forcément celle de son départ et de son arrivée.

3.

Non. Si l'on retire le carrefour F, le quartier tombe en 2 morceaux : toute route de l'un à l'autre passe par lui. Un circuit qui reviendrait à l'école devrait donc s'y arrêter au moins deux fois — c'est interdit.

4.

Oui, à condition de ne pas revenir. Un trajet possible au départ de J :



Le car de ramassage

Problème — Fiche n°83



Le trajet du car

Le car sort de l'école et prend la **rue de l'Église** ⑮ vers l'est jusqu'à Placette des Ormes (**L**).
Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑬, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**G**).
Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**E**).
Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ③, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**B**).
Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ②, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (**A**).
Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ①, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**D**).
Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑤, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**C**).
Il tourne à droite dans la **rue Haute** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**I**).
Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑭, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**F**).
Il tourne à droite dans l'**impasse Verte** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**K**).

Les 12 carrefours ont été desservis une fois chacun. Le car termine loin de l'école : c'est permis ici, mais pas à la question 3.