



Programme de construction

Problème — Fiche n°318



CONS0318

Un programme de construction à exécuter à la règle et au compas, puis une question dont la réponse se lit sur la figure obtenue. Si votre tracé est juste, vous trouverez la bonne réponse — c'est ainsi que l'on vérifie son travail sans attendre la correction.

Programme de construction

Munissez-vous d'une **règle graduée**, d'un **compas**, d'une **équerre** et d'une feuille blanche. Exécutez le programme ci-dessous étape par étape, puis répondez à la question.

1. Trace un segment $[AB]$ de **8 cm**.
2. Trace la perpendiculaire à (AB) passant par **A**, et place dessus le point **C** tel que **$AC = 6$ cm**.
Trace le triangle ABC .
3. Construis la **médiatrice de $[AB]$** , puis la **médiatrice de $[AC]$** .
4. Ces deux médiatrices se coupent en un point : appelle-le **O**.
5. Trace le cercle de centre **O** passant par **A**.

Ce cercle passe-t-il aussi par B et par C ? Où se trouve le point **O** par rapport au triangle ? Quelle est la longueur **BC**, en cm — et donc le **rayon** du cercle ?

Tracez d'abord, mesurez ensuite : si votre figure est juste, la réponse s'y lit directement.

Correction

Programme de construction — Correction

Voici la figure obtenue en suivant le programme :

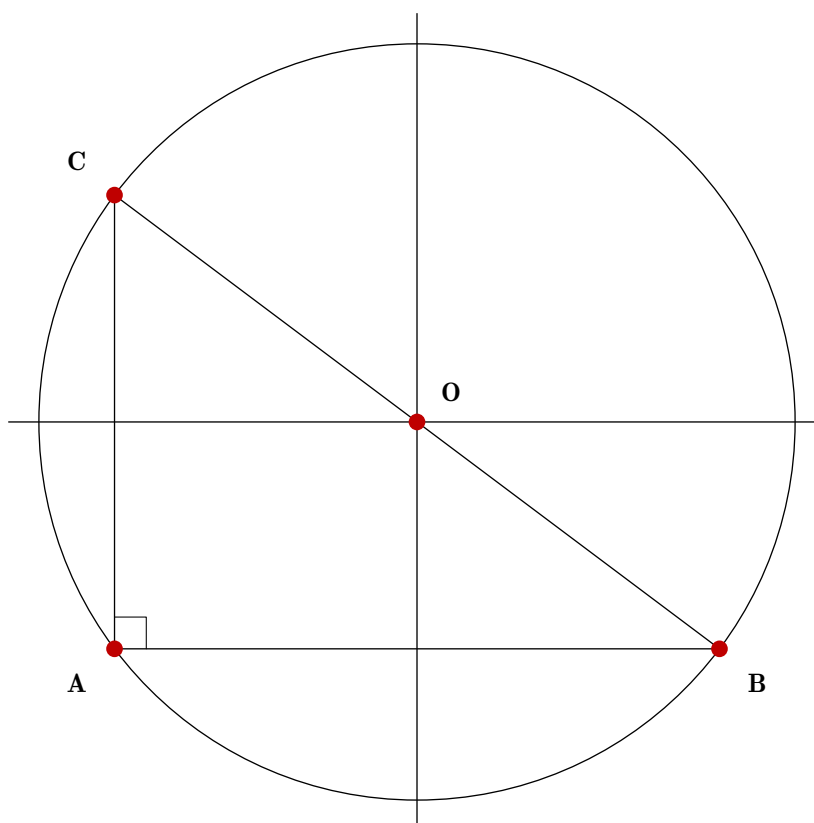


Figure à l'échelle 1 : vous pouvez y superposer votre tracé.

Oui, le cercle passe par les trois sommets : c'est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Pourquoi. O est sur la médiatrice de [AB], donc $OA = OB$. Il est aussi sur la médiatrice de [AC], donc $OA = OC$. Les trois distances sont égales : les trois sommets sont sur un même cercle de centre O. C'est aussi pour cela que la **troisième** médiatrice passe forcément par O — on n'avait pas besoin de la tracer.

O est le milieu de [BC], c'est-à-dire le milieu de l'hypoténuse.

Le triangle ABC est rectangle en A, donc :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Le rayon vaut la moitié : $10 \div 2 = 5 \text{ cm}$

BC = 10 cm, et le rayon vaut 5 cm.

La réciproque de la fiche « demi-cercle ». Le centre du cercle circonscrit tombe au milieu de l'hypoténuse **exactement quand** le triangle est rectangle. C'est la même propriété, lue dans l'autre sens.

Le réflexe à prendre. Une construction se contrôle toujours par une mesure. Si la longueur trouvée ne correspond pas à celle calculée, c'est **une étape du programme** qui a été mal exécutée : reprenez-les une à une, plutôt que de tout retracer.