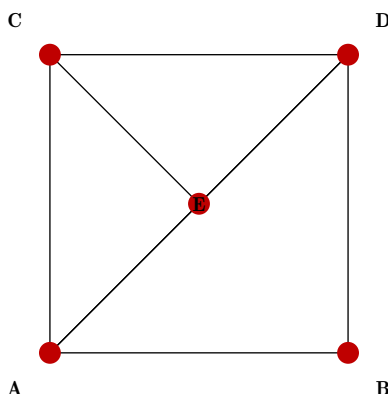




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier. Les lettres désignent les **carrefours**, les traits les **rues**. Il y a **8 rues** en tout : $[AB]$, $[AC]$, $[AD]$, $[AE]$, $[BD]$, $[CD]$, $[CE]$, $[DE]$.



Le facteur voudrait **emprunter chaque rue exactement une fois** — ni deux fois la même, ni en oublier. Il peut passer plusieurs fois par un même carrefour, cela ne le dérange pas.

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **La tournée est-elle possible ?** Si oui, en donner une en précisant le point de départ ; si non, le démontrer.



Un peu d'histoire. Ce problème est né à Königsberg en 1736 : les habitants cherchaient une promenade franchissant les sept ponts de la ville une seule fois chacun. Euler démontra que c'était impossible —



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°381



EULE0381

les quatre quartiers avaient tous un nombre impair de ponts. C'est l'acte de naissance de la **théorie des graphes**.