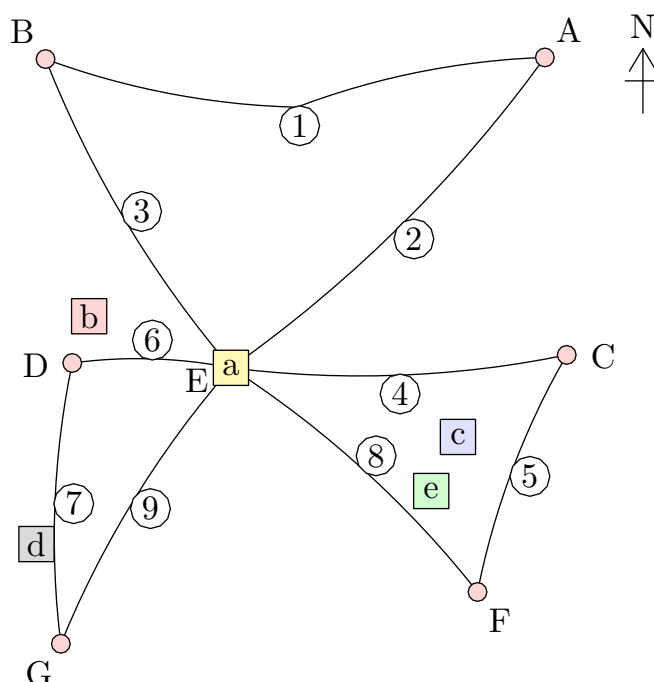




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues            |                      | Les carrefours           | Les bâtiments           |
|---------------------|----------------------|--------------------------|-------------------------|
| ① rue de la Mairie  | ⑥ rue Basse          | (A) Place Sainte-Croix   | <b>a</b> la poste       |
| ② rue Verte         | ⑦ rue du Pont        | (B) Place aux Herbes     | <b>b</b> la boulangerie |
| ③ rue des Jardins   | ⑧ rue Neuve          | (C) Place de la Fontaine | <b>c</b> l'école        |
| ④ passage du Marché | ⑨ allée des Tilleuls | (D) Place du Vieux-Puits | <b>d</b> le cimetière   |
| ⑤ rue de la Poste   |                      | (E) Rond-point du Stade  | <b>e</b> la gendarmerie |
|                     |                      | (F) Place du Marché      |                         |
|                     |                      | (G) Place des Tanneurs   |                         |

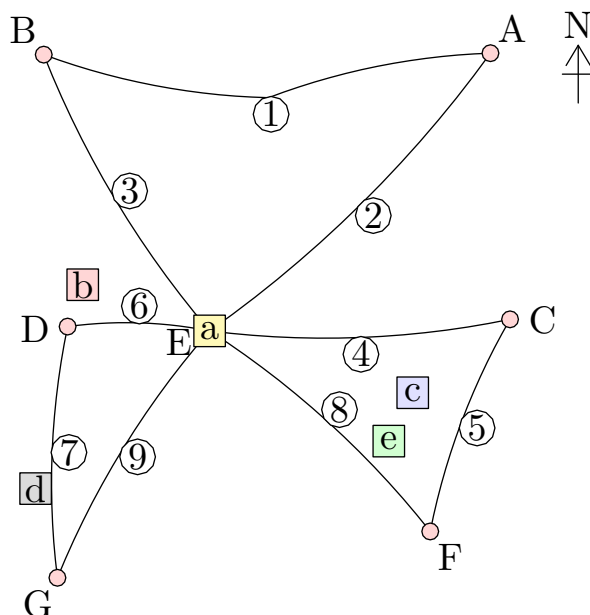
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B    | C    | D    | E    | F    | G    |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 2    | 2    | 2    | 6    | 2    | 2    |
| Parité         | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $18 = 2 \times 9$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°0



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**E**), prend la **rue Verte** ② vers le nord-est et atteint Place Sainte-Croix (**A**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**B**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
4. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ④, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**C**).
5. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (**F**).
6. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
7. Il continue tout droit dans la **rue Basse** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**D**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**G**).
9. Il prend dans l'**allée des Tilleuls** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).

4.

**La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.**