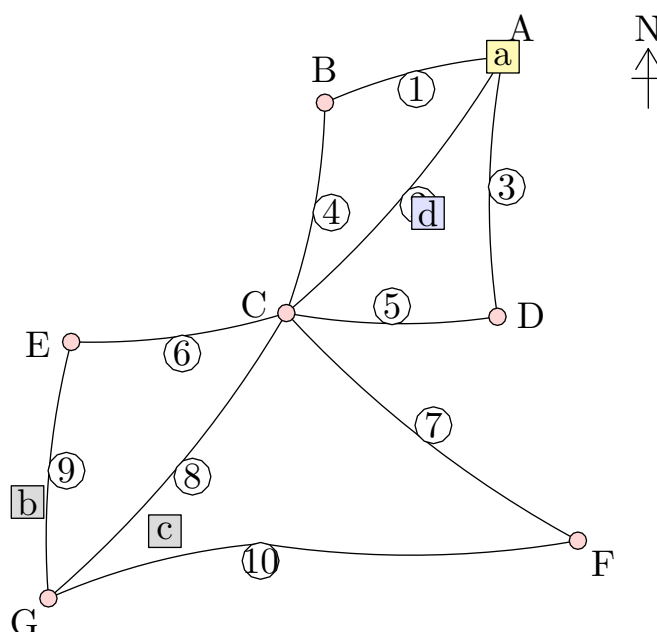


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Stade	⑥ avenue de la Gare	Ⓐ Carrefour de la Mairie	a la poste
② rue du Puits	⑦ quai aux Fleurs	Ⓑ Place des Tanneurs	b le stade
③ rue de la Poste	⑧ rue des Écoles	Ⓒ Rond-point de la Gare	c le gymnase
④ rue de la Mairie	⑨ rue des Jardins	Ⓓ Place du Marché	d l'école
⑤ rue Verte	⑩ chemin du Lavoir	Ⓔ Placette des Ormes	
		Ⓕ Place du Vieux-Puits	
		Ⓖ Rond-point du Pont	

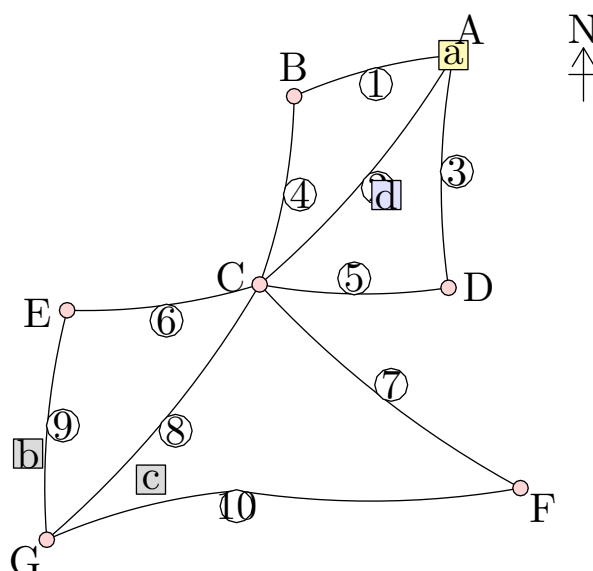
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	3	2	6	2	2	2	3
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **A**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et G, et la poste est justement sur l'un des deux (A). Il part donc de la poste et termine en G, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°1



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (A), prend la **rue du Stade** ① vers l'ouest et atteint Place des Tanneurs (B).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
3. Il prend dans la **rue du Puits** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (A).
4. Il prend dans la **rue de la Poste** ③, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (D).
5. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
6. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (E).
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑨, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (G).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (C).
9. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (F).
10. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (G).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.