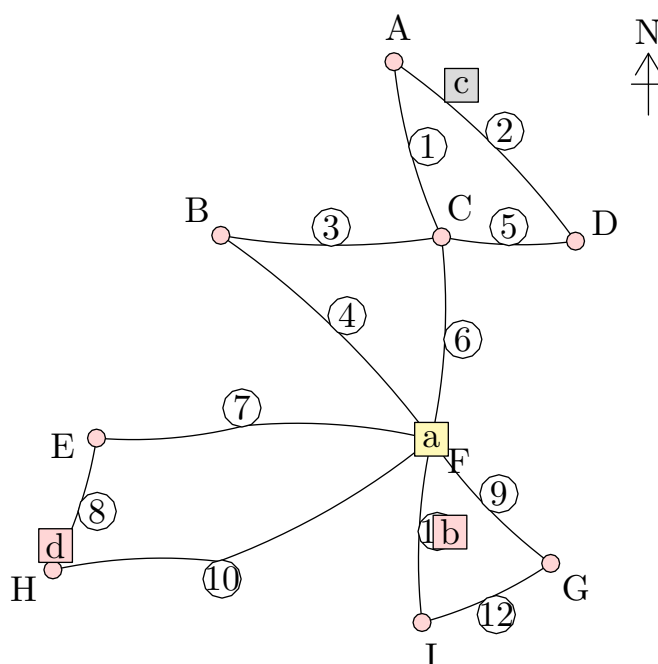




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑦ rue du Four	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue des Lilas	⑧ rue de l'Église	Ⓑ Place aux Herbes	b le lavoir
③ rue des Jardins	⑨ rue Pasteur	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le cimetière
④ venelle du Chat	⑩ quai aux Fleurs	Ⓓ Place du Marché	d la pharmacie
⑤ rue Haute	⑪ passage du Marché	Ⓔ Place de la Fontaine	
⑥ rue du Stade	⑫ rue du Moulin	Ⓕ Carrefour de la Mairie	
		Ⓖ Place des Tanneurs	
		Ⓗ Place de l'Église	
		Ⓘ Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

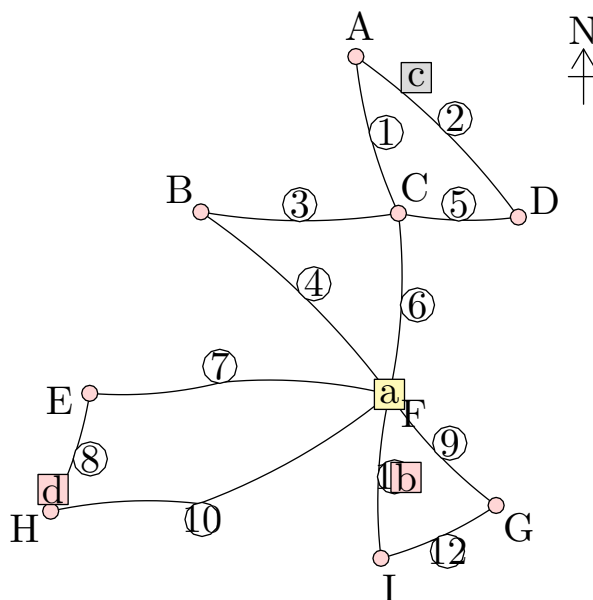
Problème — Fiche n°100



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	2	2	6	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°100



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de la Mairie **(F)**, prend la **venelle du Chat** ④ vers le nord-ouest et atteint Place aux Herbes **(B)**.
2. Il prend dans la **rue des Jardins** ③, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers le nord, jusqu'à Fontaine Notre-Dame **(A)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ②, vers le sud-est, jusqu'à Place du Marché **(D)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(F)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(E)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑧, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(H)**.
9. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(F)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs **(G)**.
11. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes **(I)**.
12. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑪, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(F)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.