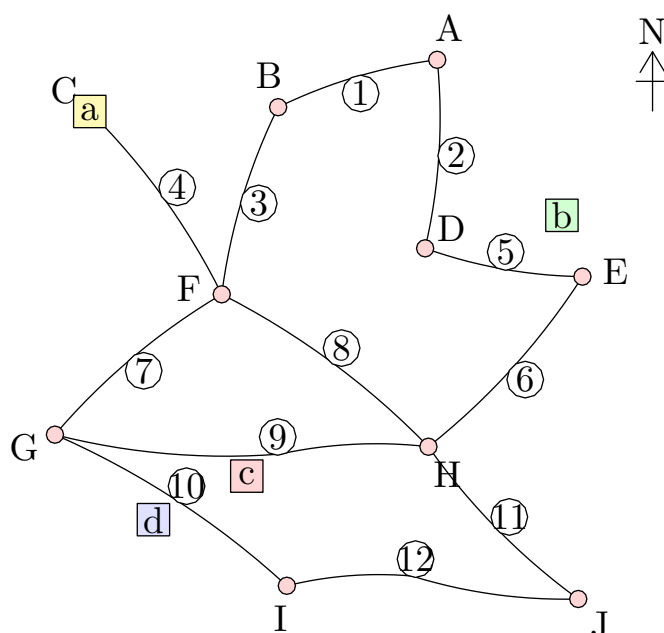




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de l'Église	⑦ rue des Jardins	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue Verte	⑧ rue des Lilas	Ⓑ Placette des Ormes	b la gendarmerie
③ sentier des Prés	⑨ chemin de Ronde	Ⓒ Fontaine Notre-Dame	c le lavoir
④ impasse Verte	⑩ rue du Pont	Ⓓ Place des Tanneurs	d l'école
⑤ rue Basse	⑪ allée des Tilleuls	Ⓔ Place aux Herbes	
⑥ passage du Marché	⑫ rue du Four	Ⓕ Carrefour du Moulin	
		Ⓖ Rond-point de la Gare	
		Ⓗ Carrefour des Quatre-Chemins	
		Ⓘ Place de la Fontaine	
		Ⓙ Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°101

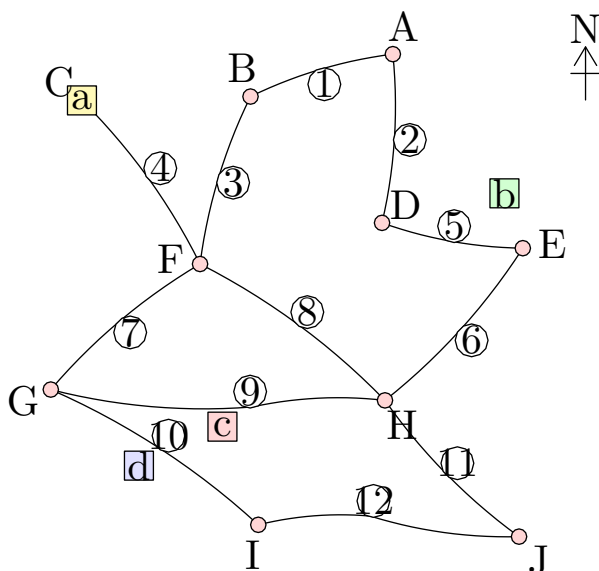


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	1	2	2	4	3	4	2	2
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **C**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, C et G, et la poste est justement sur l'un des deux (C). Il part donc de la poste et termine en G, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°101



Voici une tournée possible :

1. Il part de Fontaine Notre-Dame (C), prend l'**impasse Verte** ④ vers le sud-est et atteint Carrefour du Moulin (F).
2. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ③, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (B).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ①, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (A).
4. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ②, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (D).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (E).
6. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (H).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (F).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (G).
9. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (H).
10. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (J).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (I).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (G).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en C ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.