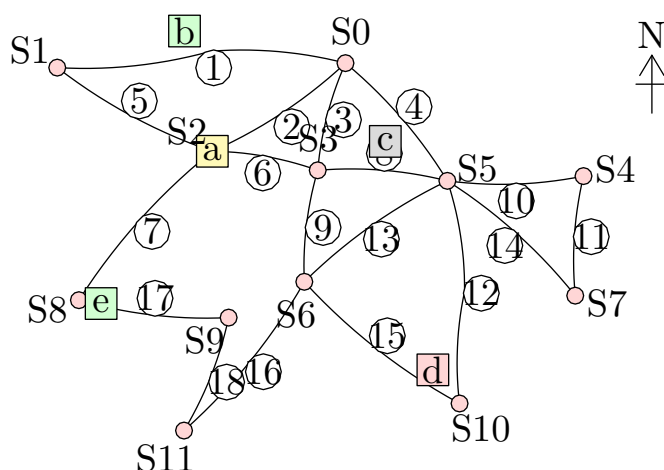


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① quai aux Fleurs	⑩ passage du Marché	S0 Rond-point du Pont	a la poste
② rue Basse	⑪ allée des Peupliers	S1 Placette des Ormes	b la bibliothèque
③ rue Verte	⑫ chemin de Ronde	S2 Carrefour des Tilleuls	c le cimetière
④ rue des Jardins	⑬ boulevard du Parc	S3 Carrefour du Moulin	d la boulangerie
⑤ rue Haute	⑭ rue de la Poste	S4 Place des Tanneurs	e la gendarmerie
⑥ rue de la Mairie	⑮ rue du Stade	S5 Rond-point du Stade	
⑦ rue du Moulin	⑯ chemin du Lavoir	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ venelle du Chat	⑰ sentier des Prés	S7 Place du Marché	
⑨ rue Neuve	⑱ rue du Four	S8 Place aux Herbes	
		S9 Coin du Lavoir	
		S10 Fontaine Notre-Dame	
		S11 Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

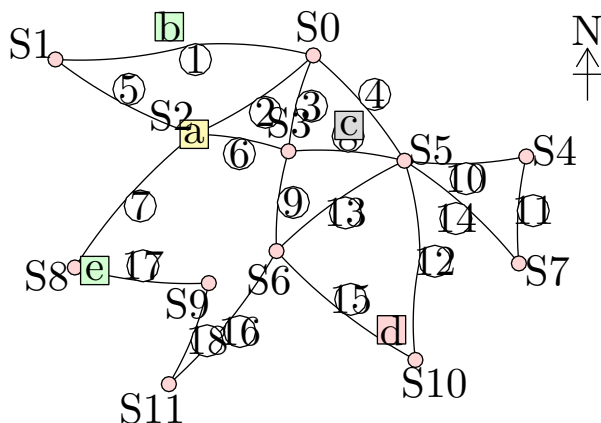
Problème — Fiche n°105



-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	4	2	4	4	2	6	4	2	2	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S2**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°105



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (**S2**), prend la **rue Basse** ② vers le nord-est et atteint Rond-point du Pont (**S0**).
2. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ①, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**S1**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).
4. Il continue tout droit dans la **rue de la Mairie** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ③, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**S0**).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ④, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
7. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S3**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑨, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
9. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
10. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑩, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**S4**).
11. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (**S7**).
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S5**).
13. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑫, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S10**).
14. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
15. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑯, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S11**).
16. Il prend dans la **rue du Four** ⑰, vers le nord, jusqu'à Coin du Lavoir (**S9**).
17. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S8**).
18. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.