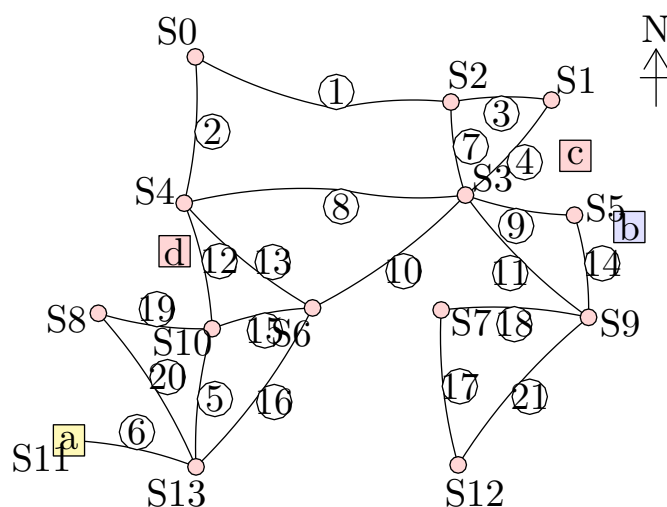


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑫ rue des Écoles	S0 Place du Marché	a la poste
② rue du Moulin	⑬ rue Basse	S1 Place de la Fontaine	b l'école
③ avenue de la Gare	⑭ chemin du Lavoir	S2 Rond-point des Vaches	c la pharmacie
④ rue Verte	⑮ rue de l'Église	S3 Rond-point de la Gare	d le marché couvert
⑤ rue du Puits	⑯ rue de la Poste	S4 Rond-point du Pont	
⑥ impasse des Roses	⑰ rue des Jardins	S5 Coin du Lavoir	
⑦ rue du Four	⑱ allée des Peupliers	S6 Rond-point du Stade	
⑧ boulevard du Parc	⑲ rue du Stade	S7 Place des Tanneurs	
⑨ rue des Lilas	⑳ chemin des Vignes	S8 Fontaine Notre-Dame	
⑩ allée des Tilleuls	21 quai aux Fleurs	S9 Carrefour du Lavoir	
⑪ venelle du Chat		S10 Rond-point de la Poste	
		S11 Place aux Herbes	
		S12 Place de l'Église	
		S13 Carrefour des Quatre-Chemins	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°107

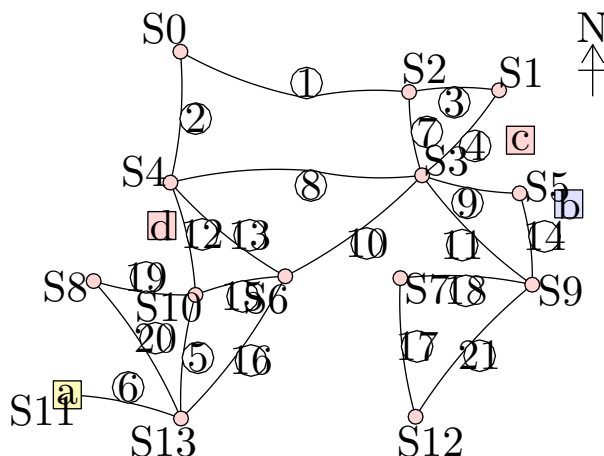


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	3	6	4	2	4	2	2	4	4	1	2	4
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S11 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non apparée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S11**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S2 et S11, et la poste est justement sur l'un des deux (S11). Il part donc de la poste et termine en S2, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place aux Herbes (S11), prend l'impasse des Roses ⑥ vers l'est et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (S13).
 2. Il tourne à gauche dans la rue du Puits ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).
 3. Il continue tout droit dans la rue des Écoles ⑫, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
 4. Il continue tout droit dans la rue du Moulin ②, vers le nord, jusqu'à Place du Marché (S0).
 5. Il tourne à droite dans la rue du Pont ①, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S2).
 6. Il continue tout droit dans l'avenue de la Gare ③, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (S1).
 7. Il tourne à droite dans la rue Verte ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
 8. Il continue tout droit dans le boulevard du Parc ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
 9. Il tourne à gauche dans la rue Basse ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S6).
 10. Il tourne à droite dans la rue de l'Église ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).
 11. Il continue tout droit dans la rue du Stade ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S8).
 12. Il tourne à gauche dans le chemin des Vignes ⑳, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S13).
 13. Il tourne à gauche dans la rue de la Poste ⑯, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S6).
 14. Il continue tout droit dans l'allée des Tilleuls ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
 15. Il tourne à droite dans la rue des Lilas ⑨, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (S5).
 16. Il tourne à droite dans le chemin du Lavoir ⑭, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S9).
 17. Il tourne à droite dans l'allée des Peupliers ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S7).
 18. Il tourne à gauche dans la rue des Jardins ⑰, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (S12).
 19. Il tourne à gauche dans le quai aux Fleurs 21, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S9).
 20. Il tourne à gauche dans la venelle du Chat ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S3).
 21. Il continue tout droit dans la rue du Four ⑦, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S2).
- 4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S2 ou en S11 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.