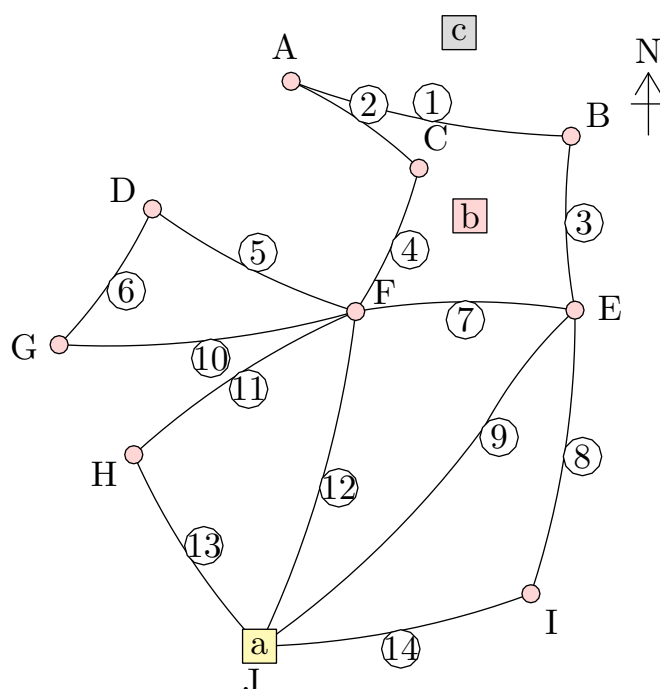


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑧ sentier des Prés	Ⓐ Place des Tanneurs	a la poste
② boulevard du Parc	⑨ passage du Marché	Ⓑ Fontaine Notre-Dame	b le marché couvert
③ rue du Pont	⑩ rue Verte	Ⓒ Placette des Ormes	c l'église
④ rue Basse	⑪ allée des Tilleuls	Ⓓ Coin du Lavoir	
⑤ chemin de Ronde	⑫ allée des Peupliers	Ⓔ Carrefour du Lavoir	
⑥ rue de la Poste	⑬ rue des Écoles	Ⓕ Carrefour de la Mairie	
⑦ rue des Jardins	⑭ rue Haute	Ⓖ Place du Marché	
		Ⓗ Place de la Fontaine	
		Ⓘ Place de l'Église	
		Ⓙ Rond-point de la Poste	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

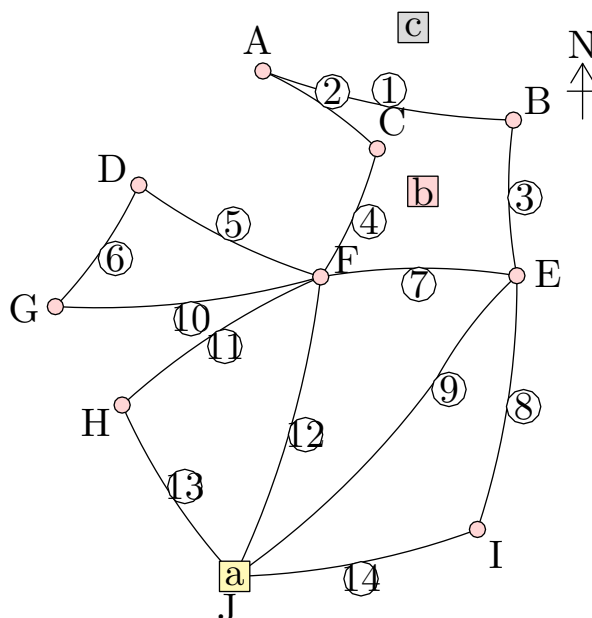
Problème — Fiche n°115



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	2	2	4	6	2	2	2	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **J**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°115



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Poste (**J**), prend le **passage du Marché** ⑨ vers le nord-est et atteint Carrefour du Lavoir (**E**).
 2. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ③, vers le nord, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**B**).
 3. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**A**).
 4. Il prend dans le **boulevard du Parc** ②, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**C**).
 5. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**F**).
 6. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**D**).
 7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**G**).
 8. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**F**).
 9. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**E**).
 10. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑧, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**I**).
 11. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**J**).
 12. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**F**).
 13. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**H**).
 14. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**J**).
- 4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.