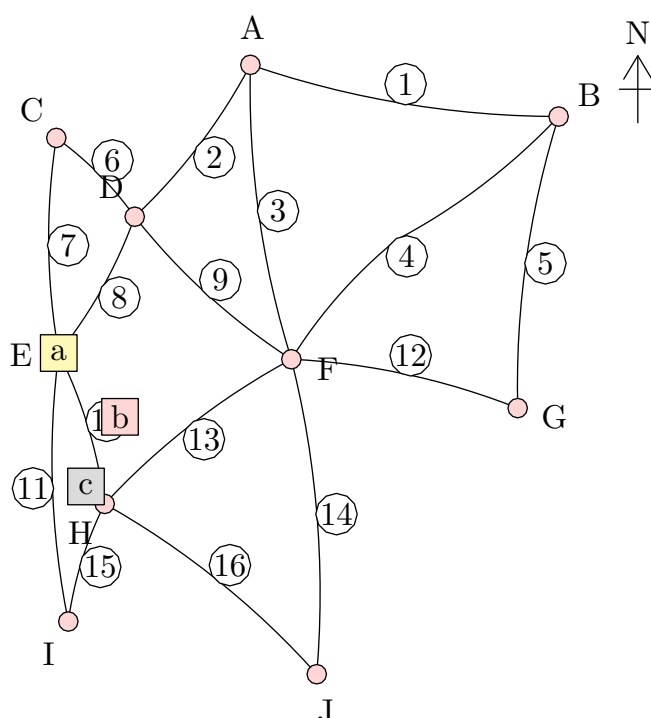




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑨ allée des Tilleuls	Ⓐ Rond-point de la Poste	a la poste
② chemin du Lavoir	⑩ rue des Écoles	Ⓑ Carrefour des Tilleuls	b la boulangerie
③ rue de l'Église	⑪ rue des Jardins	Ⓒ Place du Vieux-Puits	c l'église
④ rue du Four	⑫ rue du Pont	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑤ chemin Creux	⑬ rue du Puits	Ⓔ Carrefour de la Mairie	
⑥ rue Pasteur	⑭ rue des Lilas	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ rue de la Poste	⑮ rue Basse	Ⓖ Place de l'Église	
⑧ boulevard du Parc	⑯ chemin des Vignes	Ⓗ Rond-point du Pont	
		Ⓘ Place du Marché	
		Ⓙ Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

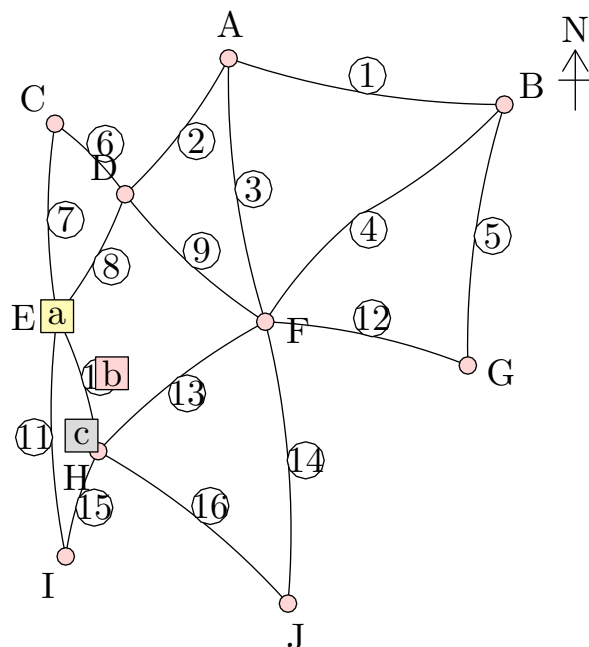
Problème — Fiche n°117



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	3	3	2	4	4	6	2	4	2	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et B : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **E**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à B. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°117



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Rond-point de la Poste **(A)**, prend la **venelle du Chat** ① vers l'est et atteint Carrefour des Tilleuls **(B)**.
2. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches **(F)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ③, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste **(A)**.
4. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(E)**.
7. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.
8. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches **(F)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(H)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(E)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place du Marché **(I)**.
12. Il prend dans la **rue Basse** ⑮, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont **(H)**.
13. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑯, vers le sud-est, jusqu'à Place Sainte-Croix **(J)**.
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑭, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches **(F)**.
15. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑫, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église **(G)**.
16. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(B)**.