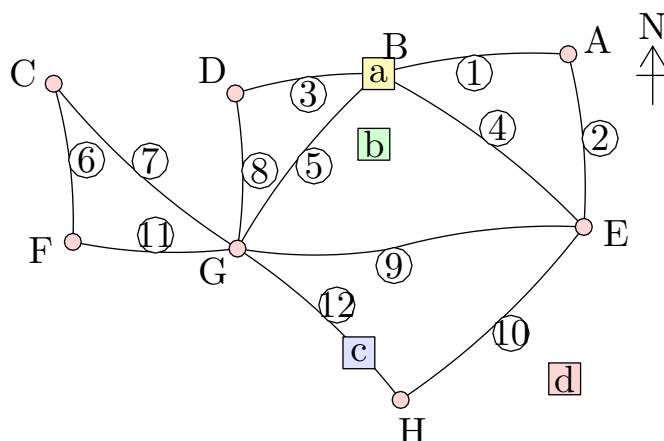


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Lilas	⑦ rue de la Mairie	(A) Place des Tanneurs	a la poste
② rue Pasteur	⑧ avenue de la Gare	(B) Carrefour des Tilleuls	b la salle des fêtes
③ chemin Creux	⑨ allée des Tilleuls	(C) Place du Vieux-Puits	c l'école
④ rue Verte	⑩ rue Haute	(D) Place de la Fontaine	d le marché couvert
⑤ sentier des Prés	⑪ rue du Four	(E) Rond-point du Stade	
⑥ rue des Écoles	⑫ chemin des Vignes	(F) Placette des Ormes	
		(G) Rond-point des Vaches	
		(H) Coin du Lavoir	

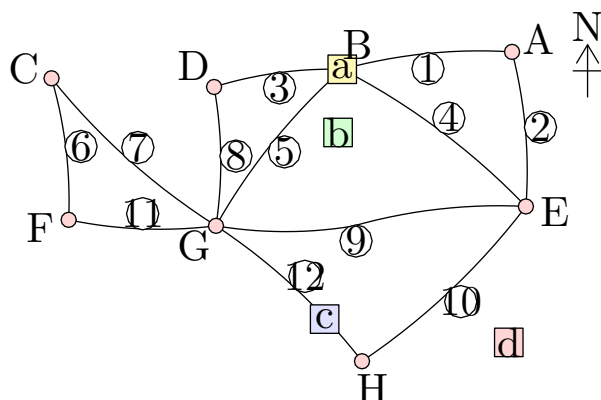
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	2	4	2	2	4	2	6	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non apparée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°125



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (**B**), prend la **rue des Lilas** ① vers l'est et atteint Place des Tanneurs (**A**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**B**).
4. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (**D**).
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**G**).
6. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**C**).
7. Il prend dans la **rue des Écoles** ⑥, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**F**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**G**).
9. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑨, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**H**).
11. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**G**).
12. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**B**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.